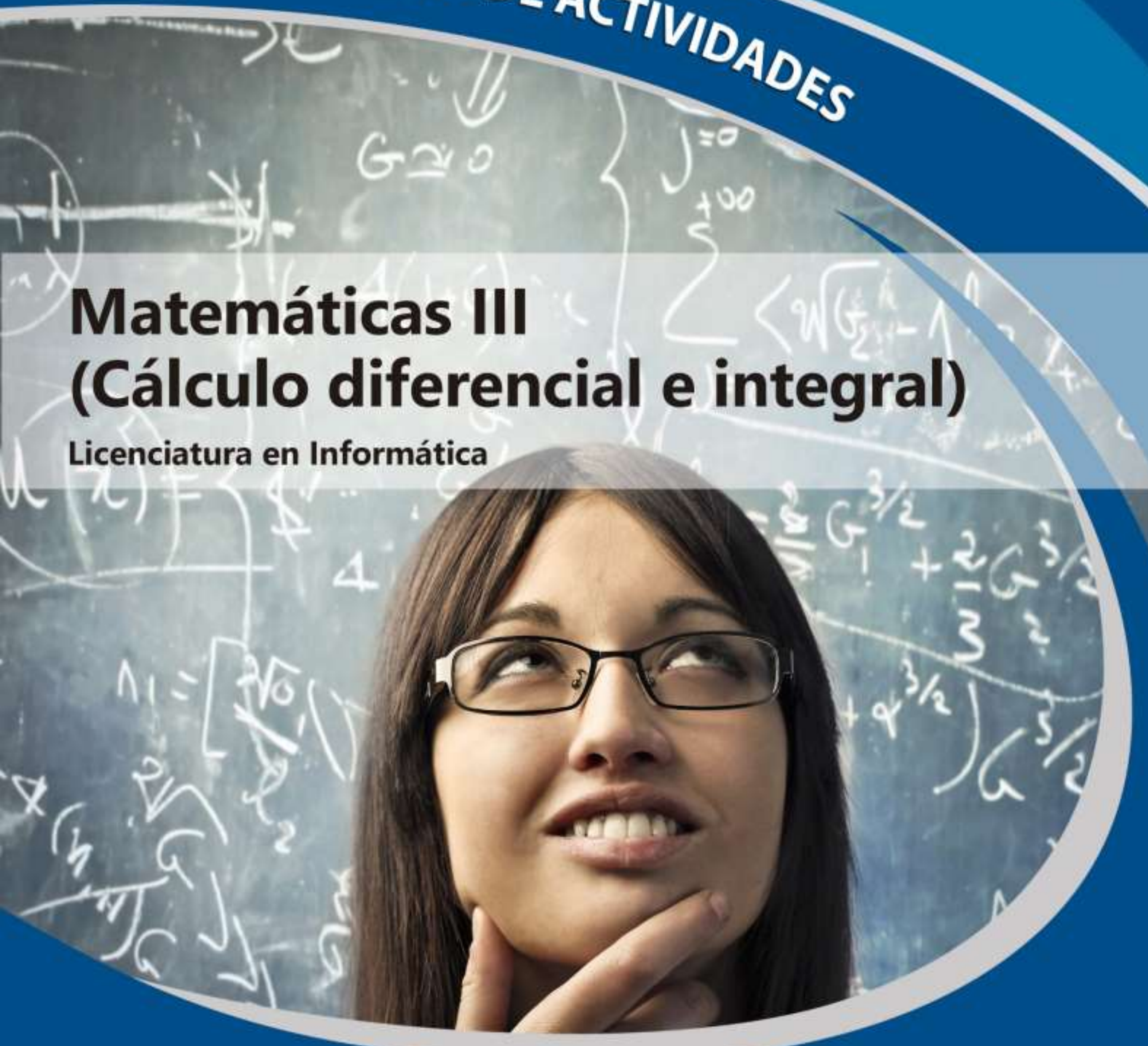
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CONTADURÍA Y ADMINISTRACIÓN
DIVISIÓN SISTEMA UNIVERSIDAD ABIERTA Y EDUCACIÓN A DISTANCIA

CUADERNO DE ACTIVIDADES



# Matemáticas III (Cálculo diferencial e integral)

## Licenciatura en Informática

SUAYED UNAM
Sistema Universidad Abierta y Educación a Distancia

Plan 2012
2016 actualizado

# COLABORADORES

**DIRECTOR DE LA FCA**
Dr. Juan Alberto Adam Siade

**SECRETARIO GENERAL**
Mtro. Tomás Humberto Rubio Pérez

**– – – –**

**COORDINACIÓN GENERAL**
Mtra. Gabriela Montero Montiel
Jefe de la División SUAyED-FCA-UNAM

**COORDINACIÓN ACADÉMICA**
Mtro. Francisco Hernández Mendoza
FCA-UNAM

**– – –**

**COAUTORES**
Mtro. Antonio Camargo Martínez
Mtro. Jorge García Castro
Mtro. Juan Carlos Luna Sánchez

**REVISIÓN PEDAGÓGICA**
Lic. Cecilia Hernández Reyes

**CORRECCIÓN DE ESTILO**
Mtro. Francisco Vladimir Aceves Gaytán

**DISEÑO DE PORTADAS**
L.CG. Ricardo Alberto Báez Caballero
Mtra. Marlene Olga Ramírez Chavero

**DISEÑO EDITORIAL**
Mtra. Marlene Olga Ramírez Chavero

Dr. Enrique Luis Graue Wiechers
Rector

Dr. Leonardo Lomelí Vanegas
Secretario General

Dr. Juan Alberto Adam Siade
Director

Mtro. Tomás Humberto Rubio Pérez
Secretario General

Mtra. Gabriela Montero Montiel
Jefa del Sistema Universidad Abierta
y Educación a Distancia

---

**Matemáticas III (Cálculo diferencial e integral)**
**Cuaderno de actividades**

Edición: enero 2018.



Facultad de Contaduría y Administración
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria
Delegación Coyoacán, C.P. 04510, México, Ciudad de México.

ISBN: En trámite
Plan de estudios 2012, actualizado 2016.

# Contenido

# DATOS DE IDENTIFICACIÓN

| **Matemáticas III (Cálculo diferencial e integral)** | **Clave: 1349** |
|---|---|
| Plan: 2012 | Créditos: 8 |
| Licenciatura: Informática | Semestre: 3° |
| Área o campo de conocimiento: Matemáticas | Horas por semana: 4 |
| Duración del programa: semestral | Requisitos: ninguno |
| Tipo: Teórica      Teoría: 4      Práctica: 0<br>Carácter:      Obligatoria   ( x )      Optativa   (   ) | |
| Seriación:  Si (   )      No ( x )      Obligatoria (   )      Indicativa (   )<br><br>Asignatura con seriación antecedente: Ninguna<br>Asignatura con seriación subsecuente: Ninguna | |

# SUGERENCIAS DE APOYO

- Trata de compartir tus experiencias y comentarios sobre la asignatura con tus compañeros, a fin de formar grupos de estudio presenciales o a distancia (comunidades virtuales de aprendizaje, a través de foros de discusión y correo electrónico, etcétera), y puedan apoyarse entre sí.
- Programa un horario propicio para estudiar, en el que te encuentres menos cansado, ello facilitará tu aprendizaje.
- Dispón de periodos extensos para al estudio, con tiempos breves de descanso por lo menos entre cada hora si lo consideras necesario.
- Busca espacios adecuados donde puedas concentrarte y aprovechar al máximo el tiempo de estudio.

# Instrucciones para trabajar con el cuaderno de actividades

El programa de la asignatura consta de seis unidades. Por cada unidad encontrarás una serie de actividades, el número de las mismas varía de acuerdo a la extensión de la unidad.

Notarás que casi todas las unidades comienzan con la elaboración de un mapa conceptual o mental, esto es con el fin de que tu primera actividad sea esquematizar el contenido total de la unidad para que tengan una mejor comprensión, y dominio total de los temas.

Te recomendamos que leas detenidamente cada actividad a fin de que te quede claro que es lo que tienes que realizar. Si al momento de hacerlo algo no queda claro, no dudes en solicitar el apoyo de tu asesor quien te indicará la mejor forma de realizar tu actividad en asesorías semipresenciales o por correo electrónico para los alumnos de la modalidad abierta, o bien para la modalidad a distancia a través de los medios proporcionados por la plataforma.

Te sugerimos (salvo la mejor opinión de tu asesor), seguir el orden de las unidades y actividades, pues ambas están organizadas para que tu aprendizaje sea gradual. En el caso de los alumnos de la modalidad a distancia, la entrega de actividades está sujeta al plan de trabajo establecido por cada asesor por lo que todo será resuelto directamente en plataforma educativa:

http://fcaenlinea1.unam.mx/licenciaturas/

La forma en que deberás responder a cada actividad dependerá de la instrucción dada (número de cuartillas, formatos, si hay que esquematizar etcétera).

Una vez que hayas concluido las actividades entrégalas a tu asesor si así él te lo solicita. Los alumnos de la modalidad a distancia, deberán realizar la actividad directamente en la plataforma educativa de acuerdo a la instrucción dada.

Te invitamos a que trabajes estas actividades con el mayor entusiasmo, pues fueron elaboradas considerando apoyarte en tu aprendizaje ésta asignatura.

## Indicaciones:

Notarás que tanto los cuestionarios de reforzamiento como las actividades de aprendizaje, contienen instrucciones tales como "adjuntar archivo", "trabajo en foro", "texto en línea", "trabajo en wiki o en Blog", indicaciones que aplican específicamente para los estudiantes del SUAYED de la modalidad a distancia. Los alumnos de la modalidad abierta, trabajarán las actividades de acuerdo a lo establecido por el asesor de la asignatura en su plan de trabajo, incluyendo lo que sé y lo que aprendí.

## Biblioteca Digital:

Para tener acceso a otros materiales como libros electrónicos, es necesario que te des de alta a la Biblioteca Digital de la UNAM (BIDI). Puedes hacerlo desde la página principal de la FCA http://www.fca.unam.mx/ **Alumnos, >Biblioteca >Biblioteca digital >Clave para acceso remoto >Solicita tu cuenta.** Elige la opción de "Alumno" y llena los campos solicitados. Desde este sitio, también puedes tener acceso a los libros electrónicos.

# OBJETIVO GENERAL

Al término del curso, el alumno reunirá habilidades en el manejo del cálculo diferencial e integral para aplicarlo en el planteamiento, resolución e interpretación de problemas del área de informática.

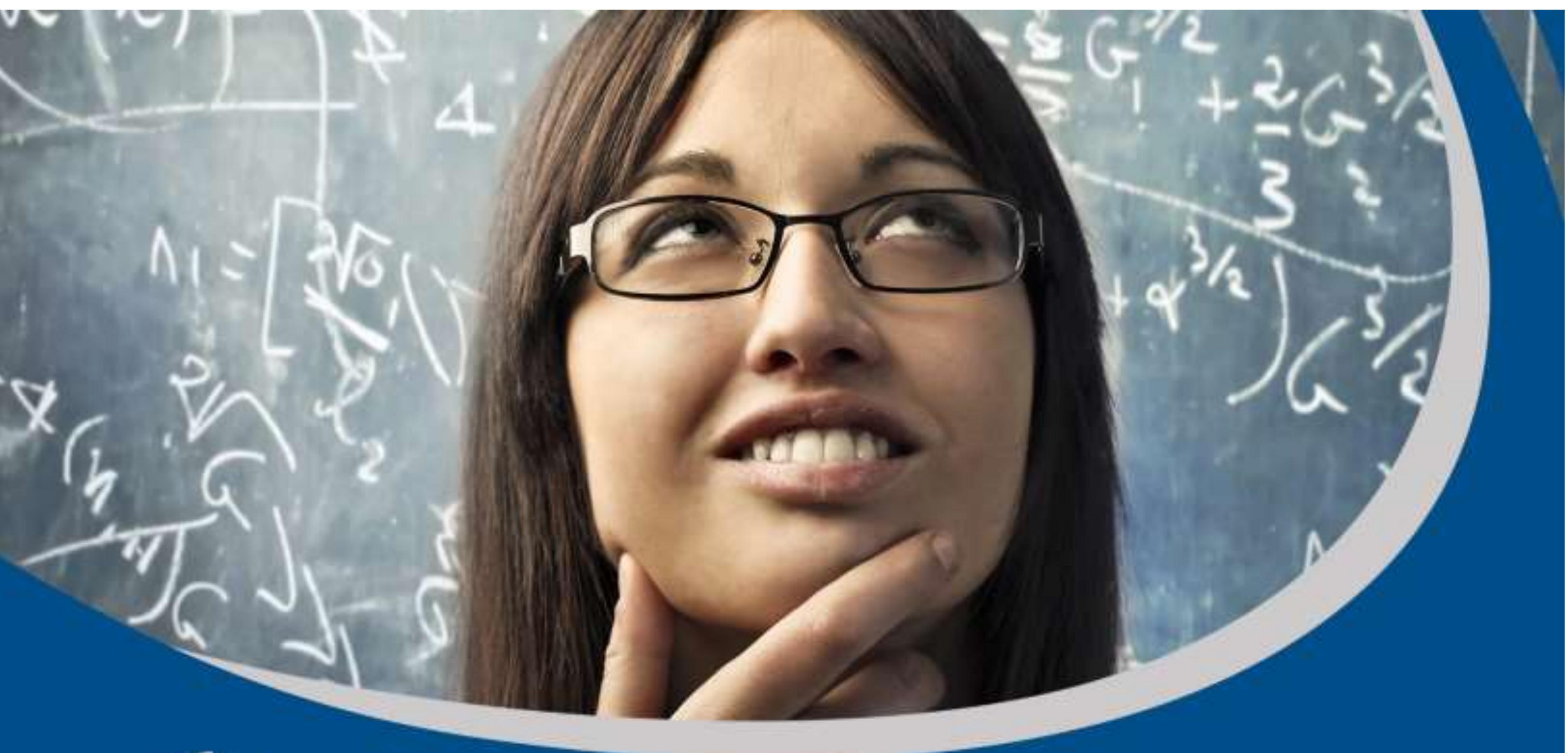
# TEMARIO OFICIAL

## (64 horas)

| | Horas |
|---|---|
| 1. Funciones | 8 |
| 2. Límites | 10 |
| 3. Derivada | 14 |
| 4. Integral | 12 |
| 5. Ecuaciones diferenciales | 10 |
| 6. Resolución de problemas matemáticos en informática | 10 |
| **Total** | **64** |

# UNIDAD 1

# Funciones



Plan 2012 2016 actualizado

# OBJETIVO PARTICULAR

El alumno conocerá la naturaleza y los diferentes tipos de funciones, así como sus aplicaciones.

# TEMARIO DETALLADO

## (8 horas)

**1. Funciones**

| |
|---|
| 1.1. Naturaleza y definición de función matemática |
| 1.2. Principales tipos de funciones |
| 1.2.1. Función lineal y su representación geométrica |
| 1.2.2. Función cuadrática y su representación geométrica |
| 1.2.3. Función polinomial y su representación geométrica |
| 1.2.4. Función exponencial y su representación geométrica |
| 1.2.5. Función logarítmica y su representación geométrica |
| 1.3. Aplicaciones de la funciones |

# ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

# LO QUE SÉ

***Actividad en Foro.***

Discute con tus compañeros en el foro, Funciones, para dar inicio a la unidad, explica lo que para ti es una definición de función matemática.

Si tu asignatura la trabajas fuera de plataforma, entonces realiza la misma actividad en no más de una cuartilla y entrégala a tu asesor.

# ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

**Unidad 1, actividad inicial.** ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 1, actividad 1.** ***Adjuntar archivo.*** Determina el dominio, el codominio y el lugar geométrico o gráfica de las siguientes funciones.
    1. y = √ (5 - x)
    2. y = √ (x2 – 9)
    3. $x^2 + y^2 = 25$
    4. y = |x|.
    5. $y = (x^2 – 9) / (x – 3)$
2. **Unidad 1, actividad 2.** ***Adjuntar archivo.*** Determina el dominio, el codominio y el lugar geométrico o gráfica de las siguientes funciones.
    1. y = √ (x (5 - x))
    2. $y = x^2 + 2$
    3. $y = \sqrt{}\ (6x^2 – 5x – 4)$
    4. $y = ((x^3 + 3x^2 + x + 3) / (x + 3)$
    5. y = |x|▪|x - 1|
3. **Unidad 1, actividad 3.** ***Adjuntar archivo.*** Determina el dominio, el codominio y el lugar geométrico o gráfica de los siguientes tipos de funciones.
    1. $y = e^{-2x + 1}$
    2. y = x + 2
    3. y = |x - 1|

4. $y = x^2 + 2x + 1$
5. $y = \ln (x + 2)$

**4. Unidad 1, actividad 4.** ***Adjuntar archivo.*** Encuentra la pendiente de la recta que pasa por los puntos dados a continuación.

1. (2, -3) y (-4, 3)
2. (5, 2) y (-2, -3)
3. (1/3, 1/2) y (-5/6, 2/3)
4. (2, 3) y (4, 7)
5. (-2.1, 0.3) y (2.3, 1.4)

**5. Unidad 1, actividad 5.** ***Adjuntar archivo.*** Encuentra la ecuación de la recta que cumpla las condiciones indicadas.

1. La pendiente es 4 y pasa por el punto (2, -3)
2. Pasa por los puntos (3, 1) y (-5, 4)
3. La abscisa en el origen es -3 y la ordenada en el origen es 4
4. Que pasa por los puntos (3, -5) y (1, -2)
5. Que pasa por el punto (-4, -5) y su pendiente es 2

**6. Unidad 1, actividad 6.** ***Adjuntar archivo.*** Determina el dominio, el codominio y el lugar geométrico o gráfica de las siguientes funciones.

1. $y = \sqrt{}\ (x^2 – 3x - 4)$
2. $y = \sqrt{}\ ((x^3 – 2x^2) / (x – 2))$
3. $y = |x| + |x - 1|$
4. $y = (x^2 – 1)\ ({}^{1/3})$
5. $y = 3x^2 – 6$

**7. Unidad 1, actividad 7.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las propiedades de los logaritmos determina lo que se pide en cada inciso.

1. Dada $T = 75e^{-2t}$ exprese $t = f(T)$
2. Dada $p = 29e^{-0.000034h}$ exprese $h = f(p)$
3. $\log_a = (x^3\sqrt{}y) /z$
4. Dada la ecuación: $\ln (2x + 3) = \ln 11 + \ln 3$ determine el valor de x
5. Dada la ecuación: $\ln (x + 6) - \ln 10 = \ln (x – 1) – \ln 2$ determine el valor de x

8. **Unidad 1, actividad complementaria.** ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la unidad, realiza la actividad que tu asesor te indicará en el foro de la asignatura.

# ACTIVIDAD INTEGRADORA

# LO QUE APRENDÍ

***Adjuntar archivo.* Resuelve los siguientes problemas.**

1. Calcula el punto de equilibrio y el margen de contribución para una Empresa que tiene gastos fijos de $35,000.00; gastos variables por unidad de $300.00 y precio de venta por unidad de $550.00. Calcula con los resultados la utilidad o la pérdida para un nivel de producción y ventas de 230 unidades.
2. La diferencia de dos números A y B es 14; además se tiene que un cuarto de su suma da como resultado 13. Determina los valores de dichos números.
3. Durante una aventura eco-turística un bote navega por un río recorre 15 km en un tiempo de una hora y media a favor de la corriente en la ida y luego 12 km en 2 horas contra la corriente en la vuelta. Determina la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad del río.
4. Se tiene que la suma de tres números A, B y C es 160. Donde un cuarto de la suma del mayor y el mediano equivale al menor disminuido en 20, y si a un medio de la diferencia entre el mayor y el menor se suma el número de en medio, el resultado es 57.
5. Hace 8 años la edad de J era el triple que la edad de P; y dentro de cuatro años la edad de J será los 5/9 de la edad de P. Determina los valores de las edades actuales de J y P. Se tiene que la suma de tres números A, B y C es 160.

# CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

*Adjuntar archivo.* ***Responde las siguientes preguntas.***

1. Define el concepto de función.
2. Define el concepto de dominio.
3. Define el concepto de rango.
4. Da un ejemplo de función cuadrática.
5. Da un ejemplo de función exponencial.
6. Da un ejemplo de una función polinómica y define su contra dominio.
7. Define una función cuadrática y de su dominio y rango.
8. Define una función exponencial y define su dominio y rango.
9. Define las propiedades de la función logarítmica.
10. Define las propiedades de la función exponencial.

# EXAMEN PARCIAL

## (de autoevaluación)

***I. Selecciona la respuesta correcta.***

1. Desde el principio del año el precio de una hogaza de pan integral en un supermercado local ha estado subiendo a un ritmo constante de 2 centavos por mes. El día uno de noviembre, el precio alcanzó los 64 centavos por hogaza. Determina el precio al principio del año.

| | |
|---|---|
| ❍ a) p(t) = 46 centavos | ❍ b) p(t) = 44 centavos |
| ❍ c) p(t) = 42 centavos | ❍ d) p(t) = 48 centavos |
| ❍ e) p(t) = 40 centavos | |

2. El índice medio de estudiantes que empiezan en una escuela de artes liberales orientales ha ido disminuyendo a un ritmo constante en los últimos años. En 2003, este índice era de 582 mientras que el en el 2008 fue del 552. ¿Cuál será el índice medio de estudiantes que empiecen en 2013?

| | |
|---|---|
| ❍ a) y = 500 | ❍ b) y = 512 |
| ❍ c) y = 552 | ❍ d) y = 530 |
| ❍ e) y = 522 | |

3. Un fabricante puede vender un cierto producto por 110 dólares cada unidad. El coste total está formado por unos gastos generales de $7,500.00 dólares más los costes de producción de $60.00 dólares por unidad. ¿Cuántas unidades debe vender el fabricante para llegar al punto de beneficio nulo?

| | |
|---|---|
| a) x = 150 unidades | b) x = 160 unidades |
| c) x = 130 unidades | d) x = 170 unidades |
| e) x = 120 unidades | |

4. Un fabricante puede vender un cierto producto por 110 dólares cada unidad. El coste total está formado por unos gastos generales de $7,500.00 dólares más los costes de producción de $60.00 dólares por unidad. ¿Cuál es el beneficio o pérdida del fabricante si vende 100 unidades?

| | |
|---|---|
| a) - $3,000.00 dólares | b) $1,000.00 dólares |
| c) $3,000.00 dólares | d) - $2,500.00 dólares |
| e) $2,700.00 dólares | |

5. Un fabricante puede vender un cierto producto por 110 dólares cada unidad. El coste total está formado por unos gastos generales de $7,500.00 dólares más los costes de producción de $60.00 dólares por unidad. ¿Cuántas unidades debe vender el fabricante para obtener un beneficio de $1,250.00 dólares?

| | |
|---|---|
| a) x = 185 | b) x = 175 |
| c) x = 195 | d) x = 165 |
| e) x= 205 | |

***II. Selecciona la respuesta correcta a los siguientes problemas.***

1. Supón que el coste total en dólares de fabricar q unidades de un cierto artículo viene dado por la función $C(q) = q^3 - 30q^2 + 500q + 200$. Calcula el coste total de fabricación de 10 unidades del artículo.

| | |
|---|---|
| ❍ a) $ 3,200.00 dólares | ❍ b) $ 3,100.00 dólares |
| ❍ c) $ 2,900.00 dólares | ❍ d) $ 3,400.00 dólares |
| ❍ e) $3,600.00 dólares | |

2. Supón que el coste total en dólares de fabricar q unidades de un cierto artículo viene dado por la función $C(q) = q^3 - 30q^2 + 500q + 200$. Calcula el coste de fabricación de la décima unidad del artículo.

| | |
|---|---|
| ❍ a) $205.00 dólares | ❍ b) $199.00 dólares |
| ❍ c) $200.00 dólares | ❍ d) $201.00 dólares |
| ❍ e) $203.00 dólares | |

3. Un fabricante puede producir radios a un coste de 10 dólares cada una y estima que, si son vendidas por x dólares cada una, los usuarios comprarán aproximadamente 80 menos x radios cada mes. Determina el beneficio mensual esperado si el fabricante vendiese 50 radios.

| | |
|---|---|
| ❍ a) B(x) = $1,000.00 dólares | ❍ b) B(x) = $ 1,400.00 dólares |
| ❍ c) B(x) = $ 1,100.00 dólares | ❍ d) B(x) = $ 1,300.00 dólares |
| ❍ e) B(x) = $ 1,200.00 dólares | |

4. Por cada cargamento de materiales en bruto un fabricante debe pagar unos honorarios de solicitud para cubrir embalaje y transporte. Después de haberlos recibido, los materiales en bruto deben almacenarse hasta su utilización y se originan costes de almacenaje. Si cada cargamento de materiales en bruto es grande, los costes de solicitud serán bajos, ya que se requieren pocos cargamentos, pero los costes de almacenaje serán altos. Si cada cargamento es pequeño, los costes de solicitud serán altos porque se requerirán muchos cargamentos, pero los costes de almacenaje bajarán. Un

fabricante estima que, si cada cargamento contiene x unidades, el coste total de pedir y almacenar el suministro del año de materiales en bruto será C(x) = x+(160,000/x) dólares. Determina el coste total para un cargamento de 400 unidades.

| | |
|---|---|
| a) \$600.00 dólares | b) \$800.00 dólares |
| c) \$700.00 dólares | d) \$900.00 dólares |
| e) \$500.00 dólares | |

5. Halla el precio de equilibrio y el correspondiente número de unidades ofertadas y demandadas si la función de oferta para un cierto artículo es: S(p) = p2 + 3p – 70 y la función de demanda es D(p) = 410 – p.

| | |
|---|---|
| a) p = 30; q = 400 | b) p = 42, q = 420 |
| c) p = 20, q = 390 | d) p = 22, q = 394 |
| e) p = 33, q = 405 | |

***III. Selecciona la respuesta correcta a los siguientes problemas*.**

1. Las funciones de oferta y demanda para un cierto artículo son S(p) = p–10 y D(p) = (5,600/p), respectivamente. Halla el precio de equilibrio al número de unidades ofertadas y demandadas.

| | |
|---|---|
| a) p = 40, q = 50 | b) p = 80, q = 70 |
| c) p = 70, q = 60 | d) p = 90, q = 80 |
| e) p = 60, q = 50 | |

2. Un fabricante puede producir radios a un coste de \$ 2.00 dólares cada uno. Los radios han sido vendidos a \$ 5.00 dólares cada uno, y a este precio, los consumidores han estado comprando 4,000 radios al mes. El fabricante está planeando subir el precio de las radios y estima que por cada dólar de

aumento en el precio se venderán 400 radios menos cada mes. Determina el beneficio mensual del fabricante si el precio de cada radio fuese de $ 8.00 dólares.

| | |
|---|---|
| a) B(x=8) = $20,800.00 dólares | b) B(x=8) = $14,800.00 dólares |
| c) B(x=8) = $19,800.00 dólares | d) B(x=8) = $16,800.00 dólares |
| e) B(x=8) = $17,800.00 dólares | |

3. El departamento de carreteras está planeando construir un área de recreo para automovilistas a lo largo de una carretera principal. Ha de ser rectangular con un área de 5,000 metros cuadrados y ha de ser cercada en los traslados no adyacentes a la carretera. Expresa el número de metros de cerca requeridos como una función de la longitud del lado no cercado.

| | |
|---|---|
| a) F(x) = x + (10,000/x) | b) F(x) = x + (12,000/x) |
| c) F(x) = x + (11,000/x) | d) F(x) = x + (14,000/x) |
| d) F(x) = x + (17,000/x) | |

4. Calcula el punto de equilibrio de una Empresa que tiene gastos fijos de $35,000.00; gastos variables por unidad de $300.00 y precio de venta por unidad de $650.00.

| | |
|---|---|
| a) P. E. = 600 unidades | b) P. E. = 500 unidades |
| c) P. E. = 100 unidades | d) P. E. = 200 unidades |
| e) P. E. = 400 unidades | |

5. La Empresa del reactivo 4 actualmente produce y vende 200 unidades y tiene necesidad de disminuir su precio de venta unitario a $550.00. Calcula las utilidades o pérdidas con el nuevo precio y el mismo nivel de producción y ventas.

| | |
|---|---|
| a) Utilidad = $14,000.00 | b) Pérdida = $15,000.00 |
| c) Utilidad = $17,000.00 | d) Pérdida = $16,000.00 |
| e) Utilidad = $15,000.00 | |

***IV. Selecciona la respuesta correcta.***

1. La ecuación de la oferta es p = 0.03q + 2, donde p es el precio por unidad y *q* representa el número de unidades producidas y vendidas, y la ecuación de demanda es p = - 0.07q +12. Entonces el punto de equilibrio es.

| | |
|---|---|
| a) p = 3, q = 100 | b) p = 7, q = 100 |
| c) p = 2, q = 100 | d) p = 12, q = 1,000 |
| d) p = 5, q = 100 | |

2. Al resolver el sistema de ecuaciones.

$$x + y = 2$$
$$2x + 2y = 4$$

Se obtiene.

| | |
|---|---|
| a) Solución única x = 1, y = 1 | b) Solución única x = 2, y = 0 |
| c) No tiene solución | d) No se puede saber |
| e) Infinidad de soluciones | |

3. Al resolver el sistema de ecuaciones.

$$x + y = 2$$
$$2x + 2y = 2$$

Se obtiene.

| | |
|---|---|
| a) Solución única x = 1, y = 1 | b) Solución única x = 1, y = 0 |
| c) No tiene solución | d) No se puede saber |
| e) Infinidad de soluciones | |

4. Un fabricante vende un producto a $8.00 por unidad, y vende todo lo que fabrica. Los costos fijos son de $5,000 y los costos variables por unidad de

22/9 dólares. Determinar la producción q y los ingresos totales I, en el punto de equilibrio.

| | |
|---|---|
| a) q = 9,000, I = 72,000 | b) q = 90, I = 720 |
| c) q = 900, I = 7,200 | d) q = 7,200, I = 900 |
| e) No existe punto de equilibrio | |

5. En el problema anterior la cantidad de producción requerida para obtener utilidades de $10,000 es.

| | |
|---|---|
| a) 900 | b) 9,000 |
| c) 270 | d) 2,700 |
| e) 27,000 | |

6. Al resolver el sistema de 3 ecuaciones con dos incógnitas.

$3x_1 + 2x_2 = 7$

$4x_1 – 2x_2 = 0$

$2x_1 – 3x_2 = -4$

Se obtiene.

| | |
|---|---|
| a) No tiene solución | b) No se puede saber |
| c) Infinidad de soluciones | d) Solución única con $x_1 = 2$ |
| e) Solución única con $x_1 = 1$ | |

7. Un fabricante está en equilibrio (no obtiene ni pérdidas ni utilidades) con un volumen de ventas de $200,000.00. Los costos fijos son de $40,000.00 y cada unidad se vende en $5.00, entonces el costo variable por unidad es.

| | |
|---|---|
| a) $2 | b) $4 |
| c) $6 | d) $20 |
| e) 40 | |

8. Una compañía fabrica calculadoras y tiene dos plantas, ubicadas en el D.F. y en Guadalajara. En la planta D.F., los costos fijos son de $70,000 al mes y el costo de fabricar cada calculadora es $75.00. En la planta Guadalajara, los

costos fijos son de \$88,000 mensuales y se requieren \$60.00 para fabricar cada unidad. En el siguiente mes, la compañía debe fabricar 1,500 calculadoras. ¿Cuántas deben fabricarse en cada planta para que sean iguales los costos totales? (Plantear $q_1$ = número de calculadoras en D.F. y $q_2$ = número de calculadoras en Guadalajara).

| | |
|---|---|
| ❍ a) $q_1 = 600$, $q_2=900$ | ❍ b) $q_1 = 900$, $q_2=600$ |
| ❍ c) $q_1 = 500$, $q_2=1{,}000$ | ❍ d) $q_1 = 1{,}000$, $q_2=500$ |
| ❍ e) $q_1 = 800$, $q_2=700$ | |

9. Una compañía paga a sus vendedores con base en cierto porcentaje de los primeros \$100,000 de ventas, más otro porcentaje sobre el excedente de los \$100,000 de ventas. Si un vendedor ganó \$8,500 en ventas de \$175,000 y otro vendedor, \$14,800 en ventas de \$280,000. Entonces los dos porcentajes $X_1$ =porcentaje de los primeros \$100,000 y $X_2$=porcentaje sobre excedente de \$100,000 están entre los valores.

| | |
|---|---|
| ❍ a) $5 \leq X_1 \leq 7$, $5 \leq X_2 \leq 7$ | ❍ b) $2 \leq X_1 \leq 3$, $3 \leq X_2 \leq 5$ |
| ❍ c) $3.5 \leq X_1 \leq 4.5$, $3 \leq X_2 \leq 5$ | ❍ d) $2 \leq X_1 \leq 3$, $5 \leq X_2 \leq 7$ |
| ❍ e) $3.5 \leq X_1 \leq 4.5$, $5 \leq X_2 \leq 7$ | |

10. El precio promedio de compra de dos acciones en el último año, así como la ganancia estimada para el siguiente año (momento de venta) son.

| Emisora | Precio Compra | Ganancia estimada |
|---|---|---|
| A | \$15 | \$2.5 |
| B | \$50 | \$12.5 |

La empresa B es más riesgosa, así que se decide destinar 60% de nuestro dinero para *A* y 40% para *B*. ¿Cuántas acciones de *A* y *B* deben comprarse para tener ganancias por \$130,000?

Si $X_1$ = # acciones de A y $X_2$ = # acciones de *B*., entonces $X_1$ y $X_2$ están entre.

| |
|---|
| ❍ a) 20,000 ≤ X1 ≤ 22,000,   2,300 ≤ X2 ≤ 3,900 |
| ❍ a) 20,000 ≤ X1 ≤ 22,000,   4,000 ≤ X2 ≤ 5,000 |
| ❍ b) 25,000 ≤ X1 ≤ 27,000,   2,000 ≤ X2 ≤ 4,000 |
| ❍ c) 25,000 ≤ X1 ≤ 27,000,   4,000 ≤ X2 ≤ 5,000 |
| ❍ d) 25,000 ≤ X1 ≤ 27,000,   5,100 ≤ X2 ≤ 5,400 |

# RESPUESTAS

## EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

| Unidad 1 |
|---|
| **I. Solución** |
| 1. **b** |
| 2. **e** |
| 3. **a** |
| 4. **d** |
| 5. **b** |

| Unidad 1 |
|---|
| **II. Solución** |
| 1. **a** |
| 2. **d** |
| 3. **e** |
| 4. **b** |
| 5. **c** |

| Unidad 1 |
|---|
| **III. Solución** |
| 1. **b** |
| 2. **d** |
| 3. **a** |
| 4. **c** |
| 5. **e** |

| Unidad 1 | |
|---|---|
| **IV. Solución** | |
| 1. **e** | 6. **a** |
| 2. **e** | 7. **b** |
| 3. **c** | 8. **e** |
| 4. **c** | 9. **a** |
| 5. **a** | 10. **e** |

Licenciatura: Informática

# UNIDAD 2

# Límites

SUAyED UNAM
Sistema Universidad Abierta y Educación a Distancia

Plan 2012 2016 actualizado

# OBJETIVO PARTICULAR

El alumno identificara las propiedades y aplicaciones de los límites.

# TEMARIO DETALLADO

## (10 horas)

**2. Límites**

| |
|---|
| 2.1. Límite de una función |
| 2.2. Propiedades de los límites |
| 2.3. Límites al infinito |
| 2.4. Propiedades de los límites al infinito |
| 2.5. Aplicaciones de los límites |

# ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

# LO QUE SÉ

***Actividad en Foro.***

Discute con tus compañeros en el foro, Límites, explica con tus propias palabras, de preferencia, lo que son los límites de una función y cuál sería su utilidad.

Si tu asignatura la trabajas fuera de plataforma, entonces realiza la misma actividad en no más de una cuartilla y entrégala a tu asesor.

# ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

**Unidad 2, actividad inicial.** ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 2, actividad 1.** ***Adjuntar archivo.*** Un profesor aplicó el primer día de clase una encuesta a sus alumnos de primer ingreso. Días después le comentó al grupo que 53% de ellos no tenía coche y que el 62% trabajaba. Les dijo además que le sorprendía el hecho de que 35% no trabajaba, pero tenía coche. Estructura una tabla donde puedas incorporar estos datos. Complétala y señala cuál es el porcentaje de estudiantes que no trabaja y no tiene coche.
2. **Unidad 2, actividad 2.** ***Adjuntar archivo.*** Realiza la lectura del documento **Operacionalización de variables**. Elabora un cuadro sinóptico sobre las escalas de medición.

   Betancur López, Sonia Inés, publicado por la revista *HACIA LA PROMOCIÓN DE LA SALUD, No 5*, Departamento de Salud Pública, Universidad de Caldas, Colombia. Obtenido de http://bvsper.paho.org/videosdigitales/matedu/2012investigacionsalud/20120626Operacionalizacion_MoisesApolaya.pdf?ua=1. *Consultado: 13 agosto 2015*
3. **Unidad 2, actividad 3.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando la definición del límite de una función demuestra los límites de las funciones que a continuación se mencionan.

   1. $f(x) = (4x - 1)$; entonces el lim $f(x) = 11$ cuando $x \to 3$
   2. $f(x) = x^2$; entonces el lim $f(x) = 4$ cuando $x \to 2$

3. $f(x) = 8/(t – 3)$; entonces el lim $f(x) = 2$ cuando $x \rightarrow 7$
4. $f(x) = (2x + 1)$; entonces el lim $f(x) = 9$ cuando $x \rightarrow 4$
5. $f(x) = (4x + 1)$; entonces el lim $f(x) = -3$ cuando $x \rightarrow -1$
6. $f(x) = \sqrt{(x + 5)}$; entonces el lim $f(x) = 3$ cuando $x \rightarrow 4$
7. $f(x) = 1/\sqrt{(5 – x)}$; entonces el lim $f(x) = (1/2)$ cuando $x \rightarrow 1$
8. $f(x) = (\sqrt{x} - 1) / (x – 1)$; entonces el lim $f(x) = (1/2)$ cuando $x \rightarrow 1$
9. $f(x) = (x^2 – 3x)$; entonces el lim $f(x) = 10$ cuando $x \rightarrow 5$
10. $f(x) = (3 + 2x – x^2)$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \rightarrow -1$

**4. Unidad 2, actividad 4.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando la definición del límite de una función demuestra los límites de las siguientes funciones.

1. $f(x) = (1 + 3x)$; entonces el lim $f(x) = -5$ cuando $x \rightarrow -2$
2. $f(x) = x^2$; entonces el lim $f(x) = 9$ cuando $x \rightarrow 3$
3. $f(x) = (7x – 2)$; entonces el lim $f(x) = 11$ cuando $x \rightarrow -2$
4. $f(x) = (x^2 - 1) / (x – 3)$; entonces el lim $f(x) = 6$ cuando $x \rightarrow 3$
5. $f(x) = (4x + 1)$; entonces el lim $f(x) = -7$ cuando $x \rightarrow -2$
6. $f(x) = \sqrt{(x + 5)}$; entonces el lim $f(x) = 4$ cuando $x \rightarrow 11$
7. $f(x) = 2/\sqrt{(5 – x)}$; entonces el lim $f(x) = 1$ cuando $x \rightarrow 1$
8. $f(x) = (\sqrt{x} - 2) / (x – 4)$; entonces el lim $f(x) = (1/4)$ cuando $x \rightarrow 4$
9. $f(x) = (x^2 – 3x)$; entonces el lim $f(x) = 4$ cuando $x \rightarrow 4$
10. $f(x) = (3 + 2x – x^2)$; entonces el lim $f(x) = 4$ cuando $x \rightarrow 1$

**5. Unidad 2, actividad 5.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las propiedades de los límites demuestra los límites de las siguientes funciones.

1. $f(x) = (4x – 1)$; entonces el lim $f(x) = 11$ cuando $x \rightarrow 3$
2. $f(x) = x^2$; entonces el lim $f(x) = 4$ cuando $x \rightarrow 2$
3. $f(t) = 8/ (t – 3)$; entonces el lim $f(t) = 2$ cuando $x \rightarrow 7$
4. $f(x) = (2x + 1)$; entonces el lim $f(x) = 9$ cuando $x \rightarrow 4$
5. $f(x) = (4x + 1)$; entonces el lim $f(x) = -3$ cuando $x \rightarrow -1$
6. $f(x) = \sqrt{(x + 5)}$; entonces el lim $f(x) = 3$ cuando $x \rightarrow 4$
7. $f(x) = 1/\sqrt{(5 – x)}$; entonces el lim $f(x) = (1/2)$ cuando $x \rightarrow 1$
8. $f(x) = (\sqrt{x} - 1) / (x – 1)$; entonces el lim $f(x) = (1/2)$ cuando $x \rightarrow 1$
9. $f(x) = (x^2 – 3x)$; entonces el lim $f(x) = 10$ cuando $x \rightarrow 5$

10. $f(x) = (3 + 2x – x^2)$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to -1$

6. **Unidad 2, actividad 6.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las propiedades de los límites demuestra los límites de las siguientes funciones.
   1. $f(x) = (1 + 3x)$; entonces el lim $f(x) = -5$ cuando $x \to -2$
   2. $f(x) = x^2$; entonces el lim $f(x) = 9$ cuando $x \to 3$
   3. $f(x) = (7x – 2)$; entonces el lim $f(x) = 11$ cuando $x \to -2$
   4. $f(x) = (x^2 - 1) / (x – 3)$; entonces el lim $f(x) = 6$ cuando $x \to 3$
   5. $f(x) = (4x + 1)$; entonces el lim $f(x) = -7$ cuando $x \to -2$
   6. $f(x) = \sqrt{(x + 5)}$; entonces el lim $f(x) = 4$ cuando $x \to 11$
   7. $f(x) = 2/\sqrt{(5 – x)}$; entonces el lim $f(x) = 1$ cuando $x \to 1$
   8. $f(x) = (\sqrt{x} - 2) / (x – 4)$; entonces el lim $f(x) = (1/4)$ cuando $x \to 4$
   9. $f(x) = (x^2 – 3x)$; entonces el lim $f(x) = 4$ cuando $x \to 4$
   10. $f(x) = (3 + 2x – x^2)$; entonces el lim $f(x) = 4$ cuando $x \to 1$

7. **Unidad 2, actividad 7.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando los límites al infinito demuestra los límites de las siguientes funciones.
   1. $f(x) = 2x^2/ (x^2 + 1)$; entonces el lim $f(x) = 2$ cuando $x \to -\infty$
   2. $f(x) = (4x – 3) / (2x + 5)$; entonces el lim $f(x) = 2$ cuando $x \to +\infty$
   3. $f(x) = (2x^2 – x + 5) / (4x^3 – 1)$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to -\infty$
   4. $f(x) = (3x + 4) /\sqrt{(2x^2 – 5)}$; entonces el lim $f(x) = 3/\sqrt{2}$ cuando $x \to +\infty$
   5. $f(x) = (3x + 4) /\sqrt{(2x^2 – 5)}$; entonces el lim $f(x) = -3/\sqrt{2}$ cuando $x \to -\infty$
   6. $f(x) = x^2/ (x + 1)$; entonces el lim $f(x) = +\infty$ cuando $x \to +\infty$
   7. $f(x) = (2x – x^2) / (3x + 5)$; entonces el lim $f(x) = +\infty$ cuando $x \to -\infty$
   8. $f(x) = x/\sqrt{(x^2 + 1)}$; entonces el lim $f(x) = 1$ cuando $x \to +\infty$
   9. $f(x) = 1/x^3$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to +\infty$
   10. $f(x) = (\sqrt{(x^2 + 1)} - x)$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to +\infty$

8. **Unidad 2, actividad 8.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando los límites al infinito demuestra los límites de las siguientes funciones.
   1. $f(x) = (2x + 7) / (4 – 5x)$; entonces el lim $f(x) = -(2/5)$ cuando $x \to -\infty$
   2. $f(t) = (2t + 1) / (5t – 2)$; entonces el Lim $f(t) = (2/5)$ cuando $t \to +\infty$
   3. $f(x) = (7x^2 – 2x + 1) / (3x^2 + 8x + 5)$; entonces el lim $f(x) = (7/3)$ cuando $x \to +\infty$

4. $f(x) = (x + 4) / (3x^2 - 5)$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to +\infty$
5. $f(x) = (2x^2 - 3x) / (x + 1)$; entonces el lim $f(x) = +\infty$ cuando $x \to +\infty$
6. $f(x) = (4x^3 + 2x^2 - 5) / (8x^3 + x + 2)$; entonces el lim $f(x) = (1/2)$ cuando $x \to -\infty$
7. $f(x) = (2x^3 - 4) / (5x + 3)$; entonces el lim $f(x) = +\infty$ cuando $x \to +\infty$
8. $f(x) = 3x + (1/x2)$; entonces el lim $f(x) = -\infty$ cuando $x \to -\infty$
9. $f(x) = (x^2 - 3x)$; entonces el lim $f(x) = -\infty$ cuando $x \to -\infty$
10. $f(x) = (3 + 2x - x^2)$; entonces el lim $f(x) = +\infty$ cuando $x \to +\infty$

9. **Unidad 2, actividad 9.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las propiedades de los límites al infinito demuestra los límites de las siguientes funciones.
   1. $f(x) = 2x^2/ (x^2 + 1)$; entonces el lim $f(x) = 2$ cuando $x \to -\infty$
   2. $f(x) = (4x - 3) / (2x + 5)$; entonces el lim $f(x) = 2$ cuando $x \to +\infty$
   3. $f(x) = (2x^2 - x + 5) / (4x^3 - 1)$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to -\infty$
   4. $f(x) = (3x + 4) /\sqrt{(2x^2 - 5)}$; entonces el lim $f(x) = 3/\sqrt{2}$ cuando $x \to +\infty$
   5. $f(x) = (3x + 4) /\sqrt{(2x^2 - 5)}$; entonces el lim $f(x) = -3/\sqrt{2}$ cuando $x \to -\infty$
   6. $f(x) = x^2/ (x + 1)$; entonces el lim $f(x) = +\infty$ cuando $x \to +\infty$
   7. $f(x) = (2x - x^2) / (3x + 5)$; entonces el lim $f(x) = +\infty$ cuando $x \to -\infty$
   8. $f(x) = x/\sqrt{(x^2 + 1)}$; entonces el lim $f(x) = 1$ cuando $x \to +\infty$
   9. $f(x) = 1/x^3$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to +\infty$
   10. $f(x) = (\sqrt{(x^2 + 1)} - x)$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to +\infty$

10. **Unidad 2, actividad 10.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las propiedades de los límites al infinito demuestra los límites de las siguientes funciones.
   1. $f(x) = (2x + 7) / (4 - 5x)$; entonces el lim $f(x) = -(2/5)$ cuando $x \to -\infty$
   2. $f(t) = (2t + 1) / (5t - 2)$; entonces el lim $f(t) = (2/5)$ cuando $t \to +\infty$
   3. $f(x) = (7x^2 - 2x + 1) / (3x^2 + 8x + 5)$; entonces el lim $f(x) = (7/3)$ cuando $x \to +\infty$
   4. $f(x) = (x + 4) / (3x^2 - 5)$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to +\infty$
   5. $f(x) = (2x^2 - 3x) / (x + 1)$; entonces el lim $f(x) = +\infty$ cuando $x \to +\infty$
   6. $f(x) = (4x^3 + 2x^2 - 5) / (8x^3 + x + 2)$; entonces el lim $f(x) = (1/2)$ cuando $x \to -\infty$
   7. $f(x) = (2x^3 - 4) / (5x + 3)$; entonces el lim $f(x) = +\infty$ cuando $x \to +\infty$
   8. $f(x) = 3x + (1/x2)$; entonces el lim $f(x) = -\infty$ cuando $x \to -\infty$
   9. $f(x) = (x^2 - 3x)$; entonces el lim $f(x) = -\infty$ cuando $x \to -\infty$

10. $f(x) = (3 + 2x – x^2)$; entonces el lim $f(x) = + \infty$ cuando $x \to + \infty$

**11. Unidad 2, actividad 11.** ***Adjuntar archivo.*** Dadas las siguientes funciones definidas determina todos los valores de x para los cuales es continua y en qué punto es discontinua.

1. $f(x) = (3x^2 – 8x + 1)$
2. $f(t) = x^2(x + 3)$
3. $f(x) = (x)/(x + 3)$
4. $f(x) = (x + 1)/ (x^2 – 1)$
5. $f(x) = (x – 2)/ (x^2 + 2x - 8)$
6. $f(x) = (x^3 + 7)/ (x^2 - 4)$
7. $f(x) = \sqrt{} (x^2 – 16)$
8. $f(x) = \sqrt{} (16 – x^2)$
9. $f(x) = (x^2 – 3x)$
10. $f(x) = (3 + 2x – x^2)$

**12. Unidad 2, actividad 12.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando la definición del límite de una función demuestra los límites de las siguientes funciones.

1. Lim $x^2 = a^2$ cuando $x \to -a$ si a es cualquier número positivo
2. Lim $x^2 = a^2$ cuando $x \to a$ si a es cualquier número negativo
3. Lim $\sqrt{x} = \sqrt{a}$ cuando $x \to a$ si a es cualquier número positivo
4. Lim $x^3 = a^3$; cuando $x \to a$ si a es cualquier número positivo
5. Lim $x^{(1/3)} = a^{(1/3)}$; cuando $x \to a$. Nota considere: $a^3 – b^3 = (a – b)(a^2+ab +b^2)$

**13. Unidad 2, actividad 13.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las propiedades de los límites demuestra los límites de las siguientes funciones.

1. $f(x) = (x^3 – 27) / (x – 3)$; entonces el lim $f(x) = 27$ cuando $x \to 3$
2. $f(s) = (3s^2 – 8s – 16)/ (2s^2 – 9s –+4)$; entonces el lim $f(s) = (16/7)$ cuando $s \to 4$
3. $f(x) = (3 - \sqrt{x}) / (9 – x)$; entonces el lim $f(x) = (1/6)$ cuando $x \to 9$
4. $f(x) = (2x^2 – x – 3) / (x^3 + 2x^2 +6x + 5)$; entonces el lim $f(x) = -1$ cuando $x \to -1$
5. Si $f(x) = x^2 + 5x – 3$; demuestre que el lim $f(x) = f (2)$ cuando $x \to 2$
6. $f(x) = (\sqrt{} (x + 2) - \sqrt{2}) /x$; entonces el lim $f(x) = (1/4) \sqrt{2}$ cuando $x \to 0$
7. $f(y) = (y^3 + 8) / (y + 2)$; entonces el lím $f(y) = 12$ cuando $y \to -2$
8. $f(y) = (y^3 – 2y^2 + 3y – 4)$; entonces el lim $f(y) = -10$ cuando $y \to -1$

9. $f(x) = (5x + 2)$; entonces el lim $f(x) = -18$ cuando $x \to -4$
10. $f(x) = (3x – 7)$; entonces el lim $f(x) = 8$ cuando $x \to 5$

**14. Unidad 2, actividad 14.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando los límites al infinito demuestra los límites de las siguientes funciones.

1. $f(x) = (\sqrt{(x^2 + 4)}) / (x + 4)$; entonces el lim $f(x) = 1$ cuando $x \to +\infty$
2. $f(w) = \sqrt{(w^2 – 2w + 3)} / (w + 5)$; entonces el lim $f(w) = -1$ cuando $w \to -\infty$
3. $f(x) = (7x^2 – 2x + 1) / (3x^2 + 8x + 5)$; entonces el lim $f(x) = (7/3)$ cuando $x \to +\infty$
4. $f(x) = (\sqrt{(3x^2 + x)} – 2x)$; entonces el lim $f(x) = -\infty$ cuando $x \to +\infty$
5. $f(x) = (x^3 + x)^{(1/3)} - (x^3 + 1)^{(1/3)}$; entonces el lim $f(x) = 0$ cuando $x \to -\infty$

Elabora un cuadro sinóptico sobre las escalas de medición.

**15. Unidad 2, actividad complementaria.** ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la unidad, realiza la actividad que tu asesor te indicará en el foro de la asignatura.

# ACTIVIDAD INTEGRADORA

# LO QUE APRENDÍ

***Adjuntar archivo.***

Determina el valor límite de las siguientes funciones definidas.

1. Si $f(x) = x^4 – x^2 + 1$, demostrar que $f(-x) = f(x)$
2. Si $f(x) = A \cos x + B \operatorname{sen} x$, demostrar que $f(x + 2) = f(x)$
3. Aplicando las propiedades de los límites compruebe que:

   $f(x) = (x^2 + 2x – 3) / (x – 5)$; entonces el $\lim f(x) = 3/5$ cuando $x \rightarrow 0$.

   Considérese la base usual del espacio euclidiano de dimensión en $R^3$
4. Aplicando las propiedades de los límites compruebe que:

   $f(x) = (x^2 + 5x – 6) / (x – 1)$; entonces el $\lim f(x) = 7$ cuando $x \rightarrow 1$
5. Aplicando las propiedades de los límites compruebe que:

   $f(x) = (\sqrt{x} – \sqrt{a}) / (x – a)$; entonces el $\lim f(x) = 1/2\sqrt{a}$ cuando $x \rightarrow a$

# CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

***Adjuntar archivo.* Responde las siguientes preguntas.**

1. Define el concepto de límite.
2. Define el concepto de límite por la izquierda.
3. Define el concepto de límite por la derecha.
4. Da un ejemplo de función cuadrática y calcula su límite.
5. Da un ejemplo de un límite por la izquierda.
6. Da un ejemplo de un límite por la derecha.
7. Define una función e indica si es continua.
8. Define una función e indica si su rango es continuo.
9. Define las propiedades de la continuidad.
10. Define en qué casos una función no es continúa atizando sus propiedades.

# EXAMEN PARCIAL

## (de autoevaluación)

***I. Resuelve los siguientes ejercicios.***

1. Encontrar: límite de $f(x) = (x^3 - 27) / (x – 3)$ cuando $x \rightarrow 3$.

| | |
|---|---|
| a) 3 | b) 23 |
| c) 32 | d) 12 |
| e) 27 | |

2. Encontrar: límite de $X / (- 7X + 1)$ cuando $X \rightarrow 4$.

| | |
|---|---|
| a) 4/7 | b) 7 |
| c) –4/27 | d) 27/4 |
| e) -7 | |

3. Encuentra el límite de la función definida por la expresión $f(x) = (2x^2 + x - 3) / (x -1)$ cuando (x) tiende a 1.

| | |
|---|---|
| a) 4 | b) 5 |
| c) 4.5 | d) 6 |
| e) 5.5 | |

4. Encuentra el límite de la función definida por la expresión f(*x*) = $(2x^2 + x - 3) / (x-2)$ cuando (*x*) tiende a 1.

| | |
|---|---|
| a) -2 | b) -1 |
| c) 0 | d) 1 |
| e) 2 | |

5. Determina el límite de la función f(*x*) = $x^3 - 3x + 4$ cuando (x) tiende a infinito.

| | |
|---|---|
| a) 0 | b) 1 |
| c) -3 | d) 4 |
| e) infinito (∞) | |

6. Calcula el límite de la función f(*x*) = $(x^3 - 6x^2 + 9x) / (x + 5)$ cuando (x) tiende a infinito.

| | |
|---|---|
| a) 0 | b) 1 |
| c) -6 | d) 9 |
| e) infinito (∞) | |

7. Calcula el límite de la función f(*x*) = $(x+6) / (5x^3 - 7x^2 + 9x)$ cuando (x) tiende a infinito.

| | |
|---|---|
| a) -7 | b) 0 |
| c) 1 | d) 5 |
| e) infinito (∞) | |

8. Calcula el límite de la función f(*x*) = $(2x) / (x^2 - 1)$ cuando (x) tiende a infinito.

| | |
|---|---|
| a) 2 | b) 1 |
| c) cero (0) | d) infinito (∞) |
| e) -1 | |

9. Calcula el límite de f(x)= $(5t^2 + 7) / t$ cuando tiende a 2.

| | |
|---|---|
| ❍ a) 13 | ❍ b) 13.5 |
| ❍ c) 14 | ❍ d) 12.5 |
| ❍ e) -13 | |

10. Encuentra la solución de la función (x+3) (x+2) / (x+2) cuando (x) tiende a -2.

| | |
|---|---|
| ❍ a) 2 | ❍ b) 1 |
| ❍ c) -1 | ❍ d) 0 |
| ❍ e) -2 | |

# RESPUESTAS

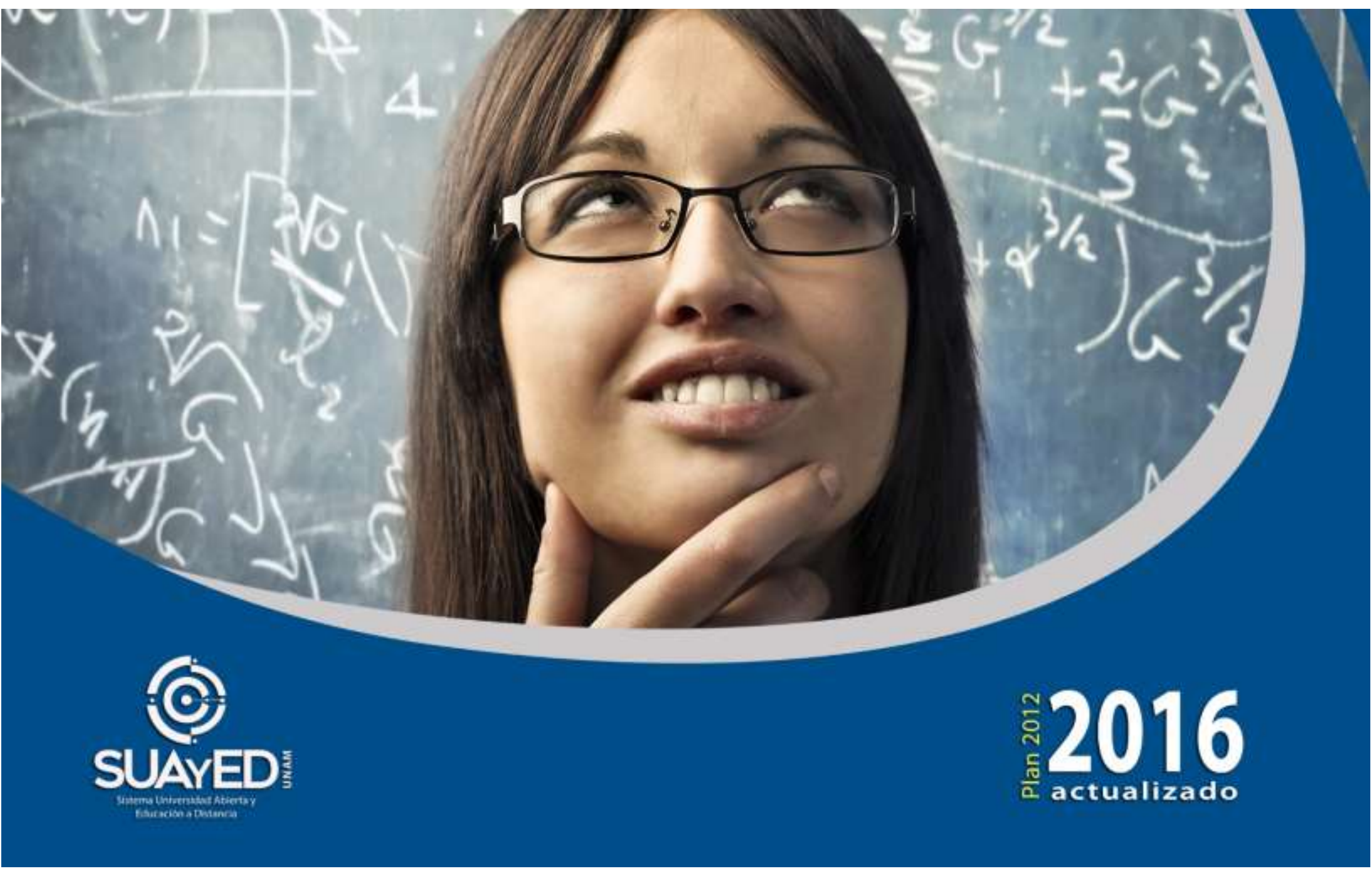
## EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

| Unidad 2 |
| --- |
| **I. Solución** |
| 1. **e** |
| 2. **c** |
| 3. **b** |
| 4. **c** |
| 5. **e** |
| 6. **e** |
| 7. **b** |
| 8. **c** |
| 9. **b** |
| 10. **b** |

# UNIDAD 3

# Derivada



# OBJETIVO PARTICULAR

El alumno interpretara las propiedades y aplicaciones de la derivada.

# TEMARIO DETALLADO

## (14 horas)

**3. Derivada**

| |
|---|
| 3.1. Derivada de una función |
| 3.2. Proceso de cuatro pasos para determinar una derivada |
| 3.3. Uso e interpretación de la derivada |
| 3.4. Reglas para determinar la derivada de una función |
| 3.5. Segunda derivada |
| 3.6. Máximos y mínimos |
| 3.7. Aplicaciones de la derivada |

# ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

# LO QUE SÉ

***Actividad en Foro.***

Discute con tus compañeros en el foro, Derivada, define qué es una derivada y cómo puede aplicarse en el campo de la Informática y de las áreas contables y administrativas.

Si tu asignatura la trabajas fuera de plataforma, entonces realiza la misma actividad en no más de una cuartilla y entrégala a tu asesor.

# ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

**Unidad 3, actividad inicial.** ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 3, actividad 1.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando el proceso de los cuatro pasos demuestra las derivadas de las siguientes funciones.
   1. $f(x) = (4x - 1)$; entonces la $(df(x)/dx) = 4$
   2. $f(x) = x^2$; entonces la $(df(x)/dx) = 2x$
   3. $f(x) = 8/(t - 3)$; entonces la $(df(x)/dx) = -8/(t - 3)^2$
   4. $f(x) = (2x + 1)$; entonces la $(df(x)/dx) = 2$
   5. $f(x) = (4x^2 + x)$; entonces la $(df(x)/dx) = 8x + 1$
   6. $f(x) = \sqrt{}(x + 5)$; entonces la $(df(x)/dx) = 1/ 2\sqrt{}(x + 5)$
   7. $f(x) = 1/\sqrt{}(5 - x)$; entonces la $(df(x)/dx) = 1 / 2(5 - x)^{(3/2)}$
   8. $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 6x -4$; entonces la $(df(x)/dx) = 15x^2 - 4x + 6$
   9. $f(x) = (x^2 - 3x)$; entonces la $(df(x)/dx) = 2x - 3$
   10. $f(x) = (3 + 2x - x^2)$; entonces la $(df(x)/dx) = 2 - 2x^2$
2. **Unidad 3, actividad 2.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando el proceso de los cuatro pasos demuestra las derivadas de las siguientes funciones.
   1. $f(x) = (1 + 3x)$; entonces la $(df(x)/dx) = 3$
   2. $f(x) = x^4$; entonces la $(df(x)/dx) = 4x^3$
   3. $f(x) = (7x - 2)$; entonces la $(df(x)/dx) = 7$
   4. $f(x) = (x^2 - 1) / (x - 3)$; entonces la $(df(x)/dx) = x^2 - 6x + 1/ (x - 3)^2$
   5. $f(x) = (4x + 1)$; entonces la $(df(x)/dx) = 4$

6. $f(x) = \sqrt{(x + 5)}$; entonces la $(df(x)/dx) = 1 / 2\sqrt{(x + 5)}$
7. $f(x) = 2/\sqrt{(5 - x)}$; entonces la $(df(x)/dx) = -1 / (5 - x)^{(5/2)}$
8. $f(x) = (x - 2) / (x - 4)$; entonces la $(df(x)/dx) = - 2/ (x - 4)^2$
9. $f(x) = (x^3 - 3x)$; entonces la $(df(x)/dx) = 3x^2 - 3$
10. $f(x) = (3 + 2ax - x^2)$; entonces la $(df(x)/dx) = 2a - 2x^2$

3. **Unidad 3, actividad 3.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las reglas para determinar la derivada de una función demuestra las derivadas de las siguientes funciones:
   1. $f(x) = (4x - 1)$; entonces la $(df(x)/dx) = 4$
   2. $f(x) = x^2$; entonces la $(df(x)/dx) = 2x$
   3. $f(x) = 8/(t - 3)$; entonces la $(df(x)/dx) = -8/(t - 3)^2$
   4. $f(x) = (2x + 1)$; entonces la $(df(x)/dx) = 2$.
   5. $f(x) = (4x^2 + x)$; entonces la $(df(x)/dx) = 8x + 1$
   6. $f(x) = \sqrt{(x + 5)}$; entonces la $(df(x)/dx) = 1/ 2\sqrt{(x + 5)}$
   7. $f(x) = 1/\sqrt{(5 - x)}$; entonces la $(df(x)/dx) = 1 / 2(5 - x)^{(3/2)}$
   8. $f(x) = 5x^3 - 2x^2 + 6x -4$; entonces la $(df(x)/dx) = 15x^2 - 4x + 6$
   9. $f(x) = (x^2 - 3x)$; entonces la $(df(x)/dx) = 2x - 3$
   10. $f(x) = (3 + 2x - x^2)$; entonces la $(df(x)/dx) = 2 - 2x^2$
4. **Unidad 3, actividad 4.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las reglas para determinar la derivada de una función demuestra las derivadas de las siguientes funciones.
   1. $f(x) = \sqrt{x}$; entonces la $df(x)/dx = 1/ 2\sqrt{x}$
   2. $f(x) = e^{(2x)}$; entonces la $df(x)/dx = 2e^{2x}$
   3. $f(x) = \ln x$; entonces la $df(x)/dx = 1/x$
   4. $f(x) = \ln (2x + 1)$; entonces la $df(x)/dx = 2/ (2x + 1)$
   5. $f(x) = \text{sen } x$; entonces la $df(x)/dx = \cos x$
   6. $f(x) = e^{-x}$; entonces la $df(x)/dx = -e^{-x}$
   7. $f(x) = 2x (1 - x^2)$; entonces la $df(x)/dx = -6x^2 + 2$
5. **Unidad 3, actividad 5.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las reglas para determinar la derivada de una función demuestra las derivadas de las siguientes funciones que a continuación se mencionan.

1. $f(x) = (1 + 3x)$; entonces la $(df(x)/dx) = 3$
2. $f(x) = x^4$; entonces la $(df(x)/dx) = 4x^3$
3. $f(x) = (7x – 2)$; entonces la $(df(x)/dx) = 7$
4. $f(x) = (x^2 - 1) / (x – 3)$; entonces la $(df(x)/dx) = x^2 – 6x + 1/ (x – 3)^2$
5. $f(x) = (4x + 1)$; entonces la $(df(x)/dx) = 4$
6. $f(x) = \sqrt{(x + 5)}$; entonces la $(df(x)/dx) = 1 / 2\sqrt{(x + 5)}$
7. $f(x) = 2/\sqrt{(5 – x)}$; entonces la $(df(x)/dx) = -1 / (5 – x)^{(5/2)}$
8. $f(x) = (x - 2) / (x – 4)$; entonces la $(df(x)/dx) = - 2/ (x – 4)^2$
9. $f(x) = (x^3 – 3x)$; entonces la $(df(x)/dx) = 3x^2 - 3$
10. $f(x) = (3 + 2ax – x^2)$; entonces la $(df(x)/dx) = 2a – 2x^2$

6. **Unidad 3, actividad 6.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las reglas para determinar la derivada de una función demuestra la segunda derivada de las siguientes.
   1. $f(x) = (4x – 1)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 0$
   2. $f(x) = x^2$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 2$
   3. $f(x) = 8/(t – 3)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = -16/(t – 3)^5$
   4. $f(x) = (2x + 1)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 0$
   5. $f(x) = (4x^2 + x)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 8$
   6. $f(x) = \sqrt{(x + 5)}$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = -1/4(x + 5)^{(3/2)}$
   7. $f(x) = 1/\sqrt{(5 – x)}$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 5/4(5 – x)^{(7/2)}$
   8. $f(x) = 5x^3 – 2x^2 + 6x -4$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 30x – 4$
   9. $f(x) = (x^2 – 3x)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 2$
   10. $f(x) = (3 + 2x – x^2)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = - 4x$
7. **Unidad 3, actividad 7.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las reglas para determinar la derivada de una función demuestra las derivadas de las siguientes.
   1. $f(x) = (1 + 3x)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 0$
   2. $f(x) = x^4$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 12x^2$
   3. $f(x) = (7x – 2)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 0$
   4. $f(x) = (x^2 - 1) / (x – 3)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 16x - 48/ (x – 3)^4$
   5. $f(x) = (4x + 1)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 0$

6. $f(x) = \sqrt{(x)}$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = -1/4x^{(3/2)}$
7. $f(x) = \sqrt{(5 - x)}$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = -1/4(5 - x)^{(3/2)}$
8. $f(x) = (x - 2) / (x - 4)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = - 4/ (x - 4)^3$
9. $f(x) = (x^3 - 3x)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = 6x$
10. $f(x) = (3 + 2ax - x^2)$; entonces la $(d^2f(x)/dx^2) = - 4x$

**8. Unidad 3, actividad 8.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando los máximos y mínimos contesta y desarrolla los siguientes ejercicios.

**Problema 1**: Dada la siguiente función $f(x) = x^3 + 9x$; construye su gráfica y determina en dónde es:

a) Cóncava hacia arriba

b) Cóncava hacia abajo

**Problema 2**: Dada la siguiente función $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 7x + 1$; construye su gráfica y determina en dónde.

a) Cóncava hacia arriba

b) Cóncava hacia abajo

**Problema 3**: Dada la siguiente función $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2$; construye su gráfica y determina en dónde.

a) Cóncava hacia arriba

b) Cóncava hacia abajo

**Problema 4**: Dada la siguiente función $f(x) = x/ (x^2 - 1)$; construye su gráfica y determina en dónde.

a) Cóncava hacia arriba

b) Cóncava hacia abajo

**Problema 5**: Dada la siguiente función $f(x) = (x - 2)^{(1/5)}$; construye su gráfica y determina en dónde.

a) Cóncava hacia arriba

b) Cóncava hacia abajo

**9. Unidad 3, actividad 9.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando los máximos y mínimos contesta y desarrolla los siguientes ejercicios.

**Problema 1**: Dada la siguiente función $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$; construye su gráfica y determina en dónde es.

a) Cóncava hacia arriba

b) Cóncava hacia abajo

**Problema 2**: Dada la siguiente función f(x) = $x^4$- 2$x^2$; construye su gráfica y determina en dónde.

a) Cóncava hacia arriba

b) Cóncava hacia abajo

**Problema 3:** Dada la siguiente función f(x) = $x^2$/ (x – 1); construye su gráfica y determina en dónde.

a) Cóncava hacia arriba

b) Cóncava hacia abajo

**Problema 4:** Dada la siguiente función f(x) = 2x/ ($x^2$ – 1); construye su gráfica y determina en dónde.

a) Cóncava hacia arriba

b) cóncava hacia abajo

**Problema 5:** Dada la siguiente función f(x) = x (9/x); construye su gráfica y determina en dónde.

a) Cóncava hacia arriba

b) Cóncava hacia abajo

**10. Unidad 3, actividad complementaria.** ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la unidad, realiza la actividad que tu asesor te indicará en el foro de la asignatura.

# ACTIVIDAD INTEGRADORA

# LO QUE APRENDÍ

*Adjuntar archivo.* ***Resuelve los siguientes problemas.***

**Problema 1.** La ecuación de cierta oferta de una cierta clase de focos es $x=1000(4+3p+2p^2)$ donde se ofrecen x focos cuando el precio unitario es p centavos de dólar. Determina la intensidad de cambio de la oferta con respecto a al precio cuando este aumenta de $ 0.90 a $ 0.93.

**Problema 2.** La ecuación de cierta oferta de una cierta clase de focos es $x=1000(4+3p+2p^2)$ donde se ofrecen x focos cuando el precio unitario es p centavos de dólar. Determina la razón instantánea de variación de la oferta con respecto al precio cuando este es $ 0.90.

**Problema 3.** La población de una cierta ciudad, t años después del primero de enero del 2006 calculada sería f(t) donde $f(t)=30t^2+100t+5000$. Determina la razón a la cual se espera que la población crezca para el primero de enero del 2014.

**Problema 4.** La población de una cierta ciudad, t años después del primero de enero del 2006 calculada sería f(t) donde $f(t)=30t^2+100t+5000$. Determina la población que habrá para el primero de enero del 2014.

**Problema 5.** La población de una cierta ciudad, t años después del primero de enero del 2006 calculada sería f(t) donde $f(t)=30t^2+100t+5000$. Determina la intensidad relativa de crecimiento de la población para el primero de enero del 2014.

a. 7.4 %.
b. 7.2 %.
c. 7.3 %.
d. 7.5 %.
e. 7.6 %.

# CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

*Adjuntar archivo.* ***Responde las siguientes preguntas.***

1. Define el concepto de derivada.
2. Define el concepto de segunda derivada.
3. Define el concepto de máximo.
4. Da un ejemplo de un mínimo.
5. Da un ejemplo de un máximo.
6. Da un ejemplo de una derivada y calcula sus valores críticos.
7. Define el concepto de mínimo.
8. Define el concepto de punto de inflexión.
9. Define ¿cómo se determina la derivada de una función aplicando el método de los cuatro pasos?
10. Define en forma general que nos indican las distintas reglas de derivación aplicadas a las funciones.

# EXAMEN PARCIAL

## (de autoevaluación)

***I. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas.***

1. Dada la parábola $y = x^2$; determina la pendiente de la recta secante a través de los puntos: A (2, 4) y B (3, 9).

| | |
|---|---|
| a) 6 | b) 5 |
| c) 4 | d) 7 |
| e) 3 | |

2. Dada la parábola $y = x^2$; determina la pendiente de la recta secante a través de los puntos: A (2, 4) y B (2.1, 4.41).

| | |
|---|---|
| a) 6.1 | b) 5.2 |
| c) 4.1 | d) 7.1 |
| e) 3.2 | |

3. Dada la parábola $y = x^2$; determina la pendiente de la recta secante a través de los puntos: A (2, 4) y B (2.01, 4.0401).

| | |
|---|---|
| a) 6.01 | b) 5.02 |
| c) 3.02 | d) 7.01 |
| e) 4.01 | |

4. Dada la parábola $y = x^2$; determina la pendiente de la recta tangente a dicha parábola en el punto A (2, 4).

| | |
|---|---|
| a) m (2) = 4 | b) m (2) = 7 |
| c) m (2) = 6 | d) m (2) = 8 |
| e) m (2) = 5 | |

5. Dada la curva $y = x^2 – 4x +3$; determina la pendiente de la recta tangente a dicha curva en el punto A ($x_1$, $y_1$).

| | |
|---|---|
| a) $m (x_1) = -2x_1 + 4$ | b) $m (x_1) = -2x_1 - 5$ |
| c) $m (x_1) = 2x_1 + 6$ | d) $m (x_1) = 2x_1 - 4$ |
| e) $m (x1) = 2x_1 - 6$ | |

***II. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas*.**

1. Dada la curva $y = x^2 – 4x +3x$; determina una ecuación de la recta tangente a dicha curva en el punto A (5, 8)

| | |
|---|---|
| a) y = -6x - 20 | b) y = 6x + 22 |
| c) y = 6x - 22 | d) y = -6x - 22 |
| e) y = 6x + 20 | |

2. Halla una ecuación de la recta normal a la curva $y = \sqrt{(x – 3)}$ que es paralela a la recta 6x + 3y – 4 = 0.

| | |
|---|---|
| a) -2x - y – 9 = 0 | b) -2x + y – 9 = 0 |
| c) 2x - y – 9 = 0 | d) 2x + y + 9 = 0 |
| e) 2x + y – 9 = 0 | |

3. Encuentra una ecuación de la recta tangente a la curva $y = 2x^2 + 3$, que es paralela a la recta $8x – y +3 = 0$.

| | |
|---|---|
| a) $-8x – y – 5 = 0$ | b) $8x – y – 5 = 0$ |
| c) $8x + y – 5 = 0$ | d) $8x – y + 5 = 0$ |
| e) $8x + y + 5 = 0$ | |

4. Obtén una ecuación de la recta tangente a la curva $y = \sqrt{(4x – 3)}$ que es perpendicular a la recta $x + 2y – 11 = 0$.

| | |
|---|---|
| a) $2x + y + 2 = 0$ | b) $2x – y + 2 = 0$ |
| c) $-2x – y – 2 = 0$ | d) $2x – y – 2 = 0$ |
| e) $2x + y – 2 = 0$ | |

5. Obtén una ecuación de cada recta que pasa por el punto A (2, -6) y es tangente a la curva $y = 3x^2 – 8$.

| |
|---|
| a) $(12 - 2\sqrt{30})x – y – 30 + 4\sqrt{30} = 0$; $(12 + 2\sqrt{30})x – y – 30 - 4\sqrt{30} = 0$ |
| b) $(12 + 2\sqrt{30})x – y – 30 + 4\sqrt{30} = 0$; $(12 - 2\sqrt{30})x – y – 30 - 4\sqrt{30} = 0$ |
| c) $(12 - 2\sqrt{30})x + y – 30 + 4\sqrt{30} = 0$; $(12 + 2\sqrt{30})x + y – 30 - 4\sqrt{30} = 0$ |
| d) $(12 - 2\sqrt{30})x – y + 30 + 4\sqrt{30} = 0$; $(12 + 2\sqrt{30})x – y + 30 - 4\sqrt{30} = 0$ |
| e) $(12 - 2\sqrt{30})x – y – 30 + 4\sqrt{30} = 0$; $(12 + 2\sqrt{30})x – y – 30 + 4\sqrt{30} = 0$ |

***III. Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas*.**

1. Dada la curva $y = x^3 – 3x$; determina la pendiente de la recta tangente a la gráfica en el punto A $(x_1, y_1)$.

| | |
|---|---|
| a) $3x_1^2 - 3$ | b) $-3x_1^2 – 3$ |
| c) $3x_1^2 + 1$ | d) $-3x_1^2 + 3$ |
| e) $-3x_1^2 - 1$ | |

2. Dada la curva y = √ (4 – x); determina la pendiente de la recta tangente a la gráfica en el punto A ($x_1$, $y_1$).

| | |
|---|---|
| a) 3/((2)(√(4x – 1)) | b) 1/((2)(√(4x – 1)) |
| c) 1/(√(4x – 1) | d) 5/((2)(√(4x – 1)) |
| e) 7/((2)(√(4x – 1)) | |

3. Dada la curva $y = x^3 - 3x$; determina la pendiente de la recta tangente a la gráfica en el punto A ($x_1$, $y_1$).

| | |
|---|---|
| a) $3x_1^2 - 8x_1 -4$ | b) $3x_1^2 +8x_1 + 4$ |
| c) $3x_1^2 - 8x_1 + 4$ | d) $-3x_1^2 +8x_1 + 4$ |
| e) $3x_1^2 - 8x_1 + 4$ | |

4. Dada la curva $y = 9 - x^2$; determina la pendiente de la recta tangente a la gráfica en el punto A ($x_1$, $y_1$).

| | |
|---|---|
| a) $-2x_1$ | b) $4x_1$ |
| c) $-3x_1$ | d) $-2x_1$ |
| e) $-4x_1$ | |

5. Dada la curva $y = x^3 + 1$: determina la pendiente de la recta tangente a la gráfica en el punto A ($x_1$, $y_1$).

| | |
|---|---|
| a) $7x_1^2$ | b) $5x_12$ |
| c) $2x_1^2$ | d) $x_1^2$ |
| e) $3x_1^2$ | |

***IV. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas.***

1. Suponiendo que C(x) es el número de dólares en el costo total de la manufactura de x juguetes y $C(x) = 110 + 4x + 0.02x^2$; determina la función del costo marginal.

| | |
|---|---|
| a) $C´(x) = 4 - 0.04x$ | b) $C´(x) = 4 + 0.04x$ |
| c) $C´(x) = -4 + 0.04x$ | d) $C´(x) = -4 - 0.04x$ |
| e) $C´(x) = 4 + 0.04x^2$ | |

2. De acuerdo con la respuesta obtenida en el reactivo 1 determina el valor del costo marginal cuando x = 50.

| | |
|---|---|
| a) 7 | b) 5 |
| c) 6 | d) 4 |
| e) 8 | |

3. De acuerdo a lo desarrollado en los reactivos 1 y 2 determina el valor del costo real de fabricación del juguete número 51.

| | |
|---|---|
| a) 6.01 | b) 5.02 |
| c) 3.02 | d) 7.01 |
| e) 6.02 | |

4. Supón que C(x) dólares es el costo total de producción de x unidades de un artículo y C(x) = 2x2 + x + 8; determina la función que da el costo promedio.

| | |
|---|---|
| a) Q(x) = 2x + 1 + (8/x) | b) Q(x) = -2x + 1 + (8/x) |
| c) Q(x) = 2x - 1 + (8/x) | d) Q(x) = 2x + 1 - (8/x) |
| e) Q(x) = -2x + 1 + (8/x) | |

5. Supón que C(x) dólares es el costo total de producción de x unidades de un artículo y $C(x) = 2x^2 + x + 8$; determina la función que da el costo marginal.

| | |
|---|---|
| a) $C'(x) = 4x^2 + 1$ | b) $C'(x) = -4x - 1$ |
| c) $C'(x) = 4x - 1$ | d) $C'(x) = 4x + 1$ |
| e) $C'(x) = -4x + 1$ | |

***V. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas.***

1. Suponiendo que C(x) es el número de dólares en el costo total de la manufactura de x juguetes y $C(x) = 110 + 4x + 0.02x^2$; determina la función del costo promedio.

| | |
|---|---|
| a) $Q(x) = (110/x) - 4 + 0.02x$ | b) $Q(x) = (110/x) + 4 + 0.02x$ |
| c) $Q(x) = (110/x) + 4 - 0.02x$ | d) $Q(x) = -(110/x) + 4 + 0.02x$ |
| e) $Q(x) = -(110/x) + 4 - 0.02x$ | |

2. De acuerdo con la respuesta obtenida en el reactivo 1 determina el valor del costo promedio si x = 50.

| | |
|---|---|
| a) 8.00 | b) 5.20 |
| c) 7.20 | d) 6.10 |
| e) 4.20 | |

3. Suponiendo que C(x) es el número de dólares en el costo total de la manufactura de x juguetes y $C(x) = 110 + 4x + 0.02x^2$; determina la elasticidad del costo.

| | |
|---|---|
| a) 2/6 | b) 7/6 |
| c) 1/6 | d) 3/6 |
| e) 5/6 | |

4. Supón que C(x) dólares el costo total de producción de marcos y C(x) = 50+8x–($x^2$/100); determina el valor del costo promedio si x = 60.

| | |
|---|---|
| a) Q(x = 60) = 8.23 | b) Q(x = 60) = 7.23 |
| c) Q(x = 60) = 6.23 | d) Q(x = 60) = 9.23 |
| e) Q(x = 60) = 4.23 | |

5. Supón que C(x) dólares el costo total de producción de marcos y C(x)=50+8x–($x^2$/100); determina el valor del costo marginal si x = 60.

| | |
|---|---|
| a) C´(x = 60) = 9.80 | b) C´(x = 60) = 5.80 |
| c) C´(x = 60) = 7.80 | d) C´(x = 60) = 6.80 |
| e) C´(x = 60) = 4.80 | |

***VI. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas.***

1. Supón que R(x) dólares es el ingreso total que se obtiene por las ventas de x mesas y R(x) = 300x – ($x^2$/2); determina la función de ingreso marginal.

| | |
|---|---|
| a) R´(x) = -300 + x | b) R´(x) = 300 – x |
| c) R´(x) = -300 – x | d) R´(x) = 300 – $x^2$ |
| e) R´(x) = 300 + x | |

2. De acuerdo con la respuesta obtenida en el reactivo 1 determina el valor del ingreso marginal cuando x = 40 mesas.

| | |
|---|---|
| a) 230 | b) 290 |
| c) 260 | d) 240 |
| e) 280 | |

3. Supón que R(x) dólares es el ingreso total que se obtiene por las ventas de x mesas y $R(x) = 300x – (x^2/2)$; determina el número de dólares del ingreso real por la venta de la mesa número 41.

| | |
|---|---|
| a) 259.30 | b) 259.90 |
| c) 259.20 | d) 259.80 |
| e) 259.50 | |

4. La ecuación de demanda de una cierta mercancía es: $5x + 3p = 15$; determina la función de ingreso total.

| | |
|---|---|
| a) $R(x) = -(5/3)x^3 - 5x$ | b) $R(x) = (5/3)x + 5x$ |
| c) $R(x) =-(5/3)x^2 – 5x$ | d) $R(x) = (5/3)x + 5$ |
| e) $R(x) = -(5/3)x^2 + 5x$ | |

5. La ecuación de demanda de una cierta mercancía es: $5x + 3p = 15$; determina la función de ingreso marginal.

| | |
|---|---|
| a) $R´(x) = -(10/3)x – 5$ | b) $R´(x) = -(10/3)x + 4$ |
| c) $R´(x) = -(10/3)x – 4$ | d) $R´(x) = -(10/3)x + 5$ |
| e) $R´(x) = (10/3)x + 5$ | |

***VII. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas*.**

1. Dada $f(x) = x^3 – 6x^2 + 9x + 1$; determina en donde f(x) es creciente.

| | |
|---|---|
| a) $x < -1; 3 > x$ | b) $x < 1; 3 < x$ |
| c) $x > 1; -3 > x$ | d) $x < -2\ 1 > x$ |
| e) $x > -1\ x > 3$ | |

2. Dada $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$; determina en donde f(x) es decreciente.

| | |
|---|---|
| a) $(-3 < x < 1)$ | b) $(-1 < x < 3)$ |
| c) $(1 < x < 3)$ | d) $(-3 < x < -1)$ |
| e) $(1 > x > 3)$ | |

3. Dada $f(x) = x^{(4/3)} - 4x^{(1/3)}$; determina un intervalo en donde f(x) es creciente.

| | |
|---|---|
| a) $(-2 < x < 0)$ | b) $(-1 < x < 2)$ |
| c) $(-1 < x < 1)$ | d) $(0 < x < 1)$ |
| e) $(-1 < x < 0)$ | |

4. Dada $f(x) = x^{(4/3)} - 4x^{(1/3)}$; determina otro intervalo en donde f(x) es creciente.

| | |
|---|---|
| a) $0 < x$ | b) $2 < x$ |
| c) $1 > x$ | d) $1 < x$ |
| e) $0 > x$ | |

5. Dada $f(x) = x^{(4/3)} - 4x^{(1/3)}$; determina otro intervalo en donde f(x) es decreciente.

| | |
|---|---|
| a) $x > -1$ | b) $x > 1$ |
| c) $x < -2$ | d) $x < -1$ |
| e) $x < 1$ | |

***VIII. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas. Aplica los máximos y mínimos.***

1. Dada la siguiente función $f(x) = x^3 + 9x$; determina el punto de inflexión.

| | |
|---|---|
| a) (0, 0) | b) (0, 1) |
| c) (1, 0) | d) (1, 1) |
| e) No existe | |

2. Dada la siguiente función $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 7x + 1$; determina el punto de inflexión.

| | |
|---|---|
| a) (1/2, 4) | b) (1/2, -5) |
| c) (-1/2, 5) | d) (-1/2, -5) |
| e) (-1/2, 4) | |

3. Dada la siguiente función $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2$; determina el punto de inflexión.

| | |
|---|---|
| a) (0, 0) | b) (1, 2) |
| c) (-1, 2) | d) (1, -1) |
| e) No existe | |

4. Dada la siguiente función $f(x) = x/ (x^2 – 1)$; determina el punto de inflexión.

| | |
|---|---|
| a) (1, 0) | b) (0, 0) |
| c) (0, 1) | d) No existe |
| e) Infinito | |

5. Dada la siguiente función $f(x) = (x – 2)^{(1/5)}$; determine el punto de inflexión.

| | |
|---|---|
| a) (0, 2) | b) (1, 2) |
| c) (-1, 2) | d) (2, 0) |
| e) No existe | |

***IX. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas*.**

1. Suponiendo que C(x) es el número de dólares en el costo total de la manufactura de x juguetes y $C(x) = 110 + 5x + 0.02x^2$; determina la función del costo promedio.

| | |
|---|---|
| a) Q(x) = (110/x) - 5 + 0.02x | b) Q(x) = (110/x) + 5 + 0.02x |
| c) Q(x) = (110/x) + 5 - 0.02x | d) Q(x) = -(110/x) + 5 + 0.02x |
| e) Q(x) = -(110/x) + 5 - 0.02x | |

2. De acuerdo a la respuesta obtenida en el reactivo 1 determina el valor del costo promedio si x = 55.

| | |
|---|---|
| a) 8.00 | b) 5.20 |
| c) 8.10 | d) 6.10 |
| e) 4.20 | |

3. Suponiendo que C(x) es el número de dólares en el costo total de la manufactura de x juguetes y $C(x) = 110 + 5x + 0.02x^2$; determina la elasticidad del costo.

| | |
|---|---|
| a) 2.6/6.9 | b) 7.5/6.8 |
| c) 1.7/6.7 | d) 3.2/6.2 |
| e) 7.2/8.1 | |

4. Supón que C(x) dólares el costo total de producción de marcos y $C(x)=50+9x–(x^2/100)$; determina el valor del costo promedio si x = 60.

| | |
|---|---|
| a) Q(x = 60) = 9.78 | b) Q(x = 60) = 7.23 |
| c) Q(x = 60) = 6.23 | d) Q(x = 60) = 8.23 |
| e) Q(x = 60) = 4.23 | |

5. Supón que C(x) dólares el costo total de producción de marcos y $C(x) =50+9x–(x^2/100)$; determina el valor del costo marginal si x = 60.

| | |
|---|---|
| a) C´(x = 60) = 9.80 | b) C´(x = 60) = 5.80 |
| c) C´(x = 60) = 9.80 | d) C´(x = 60) = 7.80 |
| e) C´(x = 60) = 4.80 | |

6. Supón que C(x) dólares el costo total de producción de marcos y $C(x) =50+9x–(x^2/100)$; determina el valor de la elasticidad del costo si x = 60.

| | |
|---|---|
| a) k(x = 60) = 0.63 | b) k(x = 60) = 0.93 |
| c) k(x = 60) = 0.79 | d) k(x = 60) = 0.53 |
| e) k(x = 60) = 0.73 | |

***X. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas.***

1. El costo total de producción de x relojes en una cierta planta está dada $C(x) = 1500+30x+x^2$; determina la función del costo marginal.

| | |
|---|---|
| ❍ a) $C'(x) = -30 + 2x$ | ❍ b) $C'(x) = 30 + 2x$ |
| ❍ c) $C'(x) = 30 - 2x$ | ❍ d) $C'(x) = 30 + 2x^2$ |
| ❍ e) $C'(x) = -30 - 2x$ | |

2. De acuerdo con la respuesta obtenida en el reactivo 1 determina el valor del costo marginal si x = 40.

| | |
|---|---|
| ❍ a) 125 | ❍ b) 120 |
| ❍ c) 110 | ❍ d) 115 |
| ❍ e) 105 | |

3. El costo total de producción de x relojes en una cierta planta está dada $C(x) = 1500+30x+x^2$; determina el costo real de fabricación de la unidad 41.

| | |
|---|---|
| ❍ a) 108 | ❍ b) 110 |
| ❍ c) 130 | ❍ d) 126 |
| ❍ e) 111 | |

4. Supón que cierto proceso químico produce un líquido y que la función del costo total C está dada por $C(x) = 6 + 4\sqrt{x}$; donde c(x) dólares es el costo total de producción de x litros del líquido; determina el valor del costo marginal cuando se producen 16 litros.

| | |
|---|---|
| ❍ a) $C'(x = 16) = 0.50$ | ❍ b) $C'(x = 16) = 0.55$ |
| ❍ c) $C'(x = 16) = 0.45$ | ❍ d) $C'(x = 16) = 0.30$ |
| ❍ e) $C'(x = 16) = 0.60$ | |

5. Supón que cierto proceso químico produce un líquido y que la función del costo total C está dada por $C(x) = 6 + 4\sqrt{x}$; donde c(x) dólares es el costo total de producción de x litros del líquido; determina la cantidad de litros obtenidos cuando el costo marginal por litro es igual a 40 centavos.

| | |
|---|---|
| a) 23 | b) 20 |
| c) 18 | d) 25 |
| e) 30 | |

***XI. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas*.**

1. En una cierta fábrica si C dólares es el costo total de producción de s unidades, entonces $C(s) = 0.25s^2 + 2s + 1000$; además si se producen s unidades durante t horas desde que se inició la producción entonces $s(t) = 3t^2 + 50t$; determina la intensidad de cambio del costo total con respecto a un tiempo de 2 horas después de iniciarse la producción.

| | |
|---|---|
| a) 3,590 usd/hora | b) 3,596 usd/hora |
| c) 3,598 usd/hora | d) 3,592 usd/hora |
| e) 3,588 usd/hora | |

2. La ecuación de demanda de una mercancía determinada es: $p^2+4x^2–80x–15{,}000=0$; donde se demandan x unidades cuando el precio unitario es p dólares. Calcula el ingreso marginal si demandan 30 unidades.

| | |
|---|---|
| a) 44.20 | b) 44.35 |
| c) 44.27 | d) 44.32 |
| e) 44.20 | |

3. Una compañía constructora renta cada departamento en p dólares al mes cuando se rentan x de ellos, y 30√ (300 – 2x). ¿Cuántos departamentos deben rentarse antes de que el ingreso marginal sea cero?

| | |
|---|---|
| a) 103 | b) 109 |
| c) 110 | d) 105 |
| e) 100 | |

4. En un bosque, un depredador se alimenta de las presas y la población de depredadores en cualquier instante es función del número de presas que hay en el bosque en ese momento. Supón que cuando hay x presas en el bosque, la población de depredadores es y, donde y = ($x^2$/6) + 90; además si han transcurrido t semanas desde que terminó la temporada de cacería donde x = 7t + 85. Determina a qué rapidez crece la población de depredadores a las 8 semanas de haber finalizado la temporada de cacería.

| | |
|---|---|
| a) 329 depredadores/semana | b) 319 depredadores/semana |
| c) 309 depredadores/semana | d) 299 depredadores/semana |
| e) 339 depredadores/semana | |

5. La ecuación de demanda de cierta mercancía es px = 36,000, donde se demandarán x unidades por semana cuando el precio por unidad es p dólares. Se espera que a la t semanas, donde t {0, 10}, el precio del artículo sea p, donde 30p = 146 + 2t $^{(1/3)}$. Calcula la intensidad de cambio anticipada de la demanda con respecto al tiempo en 8 semanas.

| | |
|---|---|
| a)  8 unidades por semana | b)  5 unidades por semana |
| c) -3 unidades por semana | d) -8 unidades por semana |
| e) -7 unidades por semana | |

***XII. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas.***

1. Suponiendo que C(x) es el número de dólares en el costo total de la manufactura de x juguetes y $C(x) = 120 + 10x + 0.02x^2$; determina la función del costo promedio.

| | |
|---|---|
| a) Q(x) = (120/x) – 10 + 0.02x | b) Q(x) = (120/x) + 10 + 0.02x |
| c) Q(x) = (120/x) + 10 – 0.02x | d) Q(x) = -(120/x) + 10 + 0.02x |
| e) Q(x) = -(120/x) + 10 - 0.02x | |

2. De acuerdo a la respuesta obtenida en el reactivo 1 determina el valor del costo promedio si x = 20.

| | |
|---|---|
| a) 18.00 | b) 15.20 |
| c) 16.40 | d) 16.10 |
| e) 14.20 | |

3. Suponiendo que C(x) es el número de dólares en el costo total de la manufactura de x juguetes y $C(x) = 120 + 10x + 0.02x^2$; determina la elasticidad del costo.

| | |
|---|---|
| a) 12.45/15.20 | b) 17.56/16.10 |
| c) 12.45/16.56 | d) 13.70/16.30 |
| e) 10.80/16.40 | |

4. Supón que C(x) dólares el costo total de producción de marcos y $C(x) = 50+8x–(x^2/100)$; determina el valor del costo promedio si x = 25.

| | |
|---|---|
| a) Q(x = 25) = 9.75 | b) Q(x = 25) = 7.25 |
| c) Q(x = 25) = 6.75 | d) Q(x = 25) = 9.25 |
| e) Q(x = 25) = 4.25 | |

5. Supón que C(x) dólares el costo total de producción de marcos y C(x) =50+8x–($x^2$/100); determina el valor del costo marginal si x = 25. 5.

| | |
|---|---|
| a) C´(x = 25) = 9.50 | b) C´(x = 25) = 5.50 |
| c) C´(x = 25) = 6.50 | d) C´(x = 25) = 7.50 |
| e) C´(x = 25) = 4.50 | |

6. Supón que C(x) dólares el costo total de producción de marcos y C(x) =50+8x–($x^2$/100); determina el valor de la elasticidad del costo si x = 25.

| | |
|---|---|
| a) k(x = 25) = 0.66 | b) k(x = 25) = 0.92 |
| c) k(x = 25) = 0.76 | d) k(x = 25) = 0.56 |
| e) k(x = 25) = 0.73 | |

***XIII. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas.***

1. Encuentra la primera derivada de f(x) = x (x – 3).

| | |
|---|---|
| a) 2x-3 | b) 2 |
| c) x-3 | d) -3 |
| e) -3x | |

2. Encuentra la primera derivada de f(x) = x(2x+1).

| | |
|---|---|
| a) 4x+1 | b) 2x+1 |
| c) x+1 | d) 3x+1 |
| e) 3x | |

3. Deriva la función definida por la expresión f(x) = (2$x^2$ + x - 3).

| | |
|---|---|
| a) (2x2 + x - 3) | b) (2x + 3) |
| c) (2x - 3) | d) (4x + 1) |
| e) (2x2 – 3) | |

4. Supongamos que la función f(x) es continua en un punto $x_1$; entonces la derivada de la función en $x_1$ es:

| | |
|---|---|
| a) La pendiente de la recta tangente a la función en $x_1$ | b) El límite de la función en $x_1$ |
| c) La recta tangente a la gráfica de f(x) | d) La pendiente de la recta secante de la función en $x_1$ |
| e) La pendiente de la recta secante de la función en el límite de las rectas secantes a la función en el punto $x_1$ | |

5. Determina la ecuación de la recta tangente a la función $f(x)=x^3-3x+4$ en el punto (2, 6).

| | |
|---|---|
| a) 3x - y = 12 | b) 9x - y = 12 |
| c) 3x + 4 = y | d) 9x + y = 12 |
| e) 4x + 9 = 12 | |

6. Para la función $f(x) = x^3 -6x^2+9x$ encuentra los valores de x en los cuales ocurren los extremos relativos:

| | |
|---|---|
| a) x=2, x= 3 | b) x= 1, x= 2 |
| c) x= 1, x= 3 | d) x= 2, x= 4 |
| e) x= 1, x= 1 | |

7. Para la función $f(x) = (1 - 2x)^3$, determina el valor de (x) en el punto de inflexión de la gráfica.

| | |
|---|---|
| a) x= 3 | b) x= 4 |
| c) x = 2 | d) x= -1 |
| e) x = 0.5 | |

8. Calcula la primera derivada cuando x=1 de la función f(x) = (2) / ($x^2$ - 1).

| | |
|---|---|
| a) +4 | b) infinito |
| c) cero | d) -4 |
| e) -2 | |

9. Calcula la derivada de f(x)= ($5t^2$ + 7t).

| | |
|---|---|
| a) -(10t+7) | b) (10t+7) |
| c) (-10t+7) | d) (10t-7) |
| e) 10t | |

10. Deriva la función f(x) = (4x +3.)*3x.

| | |
|---|---|
| a) 8x+3 | b) x(4x)+3 |
| c) 4x(4x+3) | d) 4(4x+3) |
| e) 24x+9 | |

# RESPUESTAS

## EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución I |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **a** |
| 5. **d** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución II |
| 1. **c** |
| 2. **e** |
| 3. **b** |
| 4. **d** |
| 5. **a** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución III |
| 1. **a** |
| 2. **b** |
| 3. **c** |
| 4. **d** |
| 5. **e** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución IV |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **a** |
| 5. **d** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución V |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **a** |
| 5. **d** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución VI |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **e** |
| 5. **d** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución VII |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **a** |
| 5. **d** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución VIII |
| 1. **a** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **b** |
| 5. **d** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución IX |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **a** |
| 5. **d** |
| 6. **c** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución X |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **a** |
| 5. **d** |

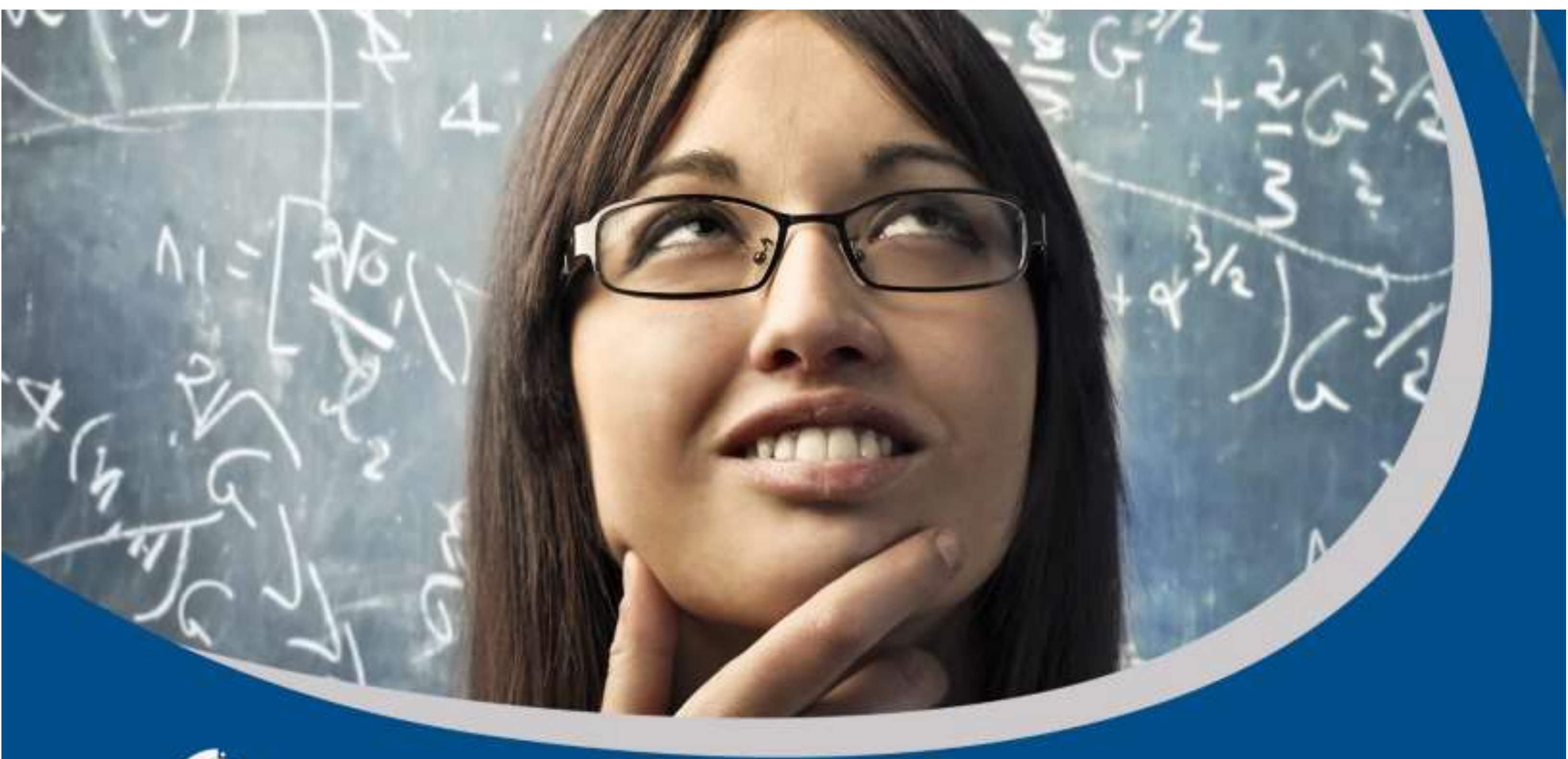
| Unidad 3 |
| --- |
| Solución XI |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **a** |
| 5. **d** |

| Unidad 3 |
| --- |
| Solución XII |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **a** |
| 5. **d** |
| 6. **c** |

| Unidad 3 | |
| --- | --- |
| Solución XIII | |
| 1. **a** | 6. **c** |
| 2. **a** | 7. **e** |
| 3. **d** | 8. **b** |
| 4. **a** | 9. **b** |
| 5. **b** | 10. **e** |

# UNIDAD 4

# Integral



SUAyED UNAM
Sistema Universidad Abierta y Educación a Distancia

Plan 2012
2016
actualizado

# OBJETIVO PARTICULAR

El alumno conocerá las propiedades, aplicaciones y la interpretación de la integral.

# TEMARIO DETALLADO

## (10 horas)

**4. Integral**

| |
|---|
| 4.1. Antiderivadas |
| 4.2. Integral indefinida |
| 4.3. Reglas de integración |
| 4.4. Integración por substitución |
| 4.5. Integración por partes |
| 4.6. Integral definida |
| 4.7. Integración por substitución |
| 4.8. Integración por partes |
| 4.9. Aplicación de integral |

# ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

# LO QUE SÉ

***Actividad en Foro.***

Discute con tus compañeros en *el foro, Integral*, ¿Qué tipo de métodos básicos conoces para resolver integrales?

Si tu asignatura la trabajas fuera de plataforma educativa, entonces realiza la misma actividad en no más de una cuartilla y entrégala a tu asesor.

# ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

**Unidad 4, actividad inicial.** ***Adjuntar archivo*.** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 4, actividad 1.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas.
    1. $\int (8x^4 + 4x^3 – 6x^2 – 4x + 5)\, dx$
    2. $\int (ax^2 + bx + c)\, dx$
    3. $\int (x^{(3/2)} – x)\, dx$
    4. $\int (x^2 – 4x + 4)^{(4/3)}\, dx$
    5. $\int (x/ (x^2 + 1))^{(1/3)}\, dx$
2. **Unidad 4, actividad 2.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas.
    1. $\int(x^4) (\sqrt{(3x^5 – 5)})\, dx$
    2. $\int (\sqrt{(3 – x)}) (x)dx$
    3. $\int ((x^3 + 3)^{(3/2)}) (x^5)\, dx$
    4. $\int (t/\sqrt{(t + 3)})\, dt$
    5. $\int((x) (2x + 1))^6)\, dx$
3. **Unidad 4, actividad 3.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas.
    1. $\int\sqrt{(5r + 1)}\, dx$
    2. $\int (3\mathrm{sen}\ 2x)\, dx$
    3. $\int (\cos^3 x)\, dx$

4. $\int((x^2) / (x^3 +1))$ dx
5. $\int sen^2$ x (cos x) dx

4. **Unidad 4, actividad 4.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas; aplicando las reglas de integración.
   1. $\int(\sqrt{(3 + s)})(s + 1)^2dx$
   2. $\int((y + 3)/(3 – y)^{(2/3)})dx$
   3. $\int(2t^2 + 1)^{(1/3)}(t^3)dt$
   4. $\int((x^3) / (x^2 + 4)^{(3/2)})$ dx
   5. $\int$sen x ($\sqrt{}$ (1 - cos x)) dx
5. **Unidad 4, actividad 5.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas; aplicando las reglas de integración.
   1. $\int e^{(2x + 1)}dx$
   2. $\int x^2e^{2x\uparrow 3}dx$
   3. $\int$(ln x/x)dx
   4. $\int((e^{3x})/(1 – 2e^{3x})^2)dx$
   5. $\int(1/((x)(\ln x)^2))dx$
6. **Unidad 4, actividad 6.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas; aplicando las reglas de integración.
   1. $\int((e^x)/(e^x + e))dx$
   2. $\int(e^{3x}e^{2x}dx$
   3. $\int(1/(1 + e^x))dx$
   4. $\int ae^tdt$
   5. $\int a^{zlnz}(\ln z + 1)dz$
7. **Unidad 4, actividad 7.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas; por el método de sustitución.
   1. $\int 3^{2x}dx$
   2. $\int$ $(a^te^tdt$

3. $\int(4^{\ln(1/x)}/x)\,dx$
4. $\int(3e^{2x}/(1 + e^{2x}))dx$
5. $\int(e^{2x}/(e^x - 1))dx$

8. **Unidad 4, actividad 8.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas; por el método de sustitución.
   1. $\int e\,(1 – x)\,dx$
   2. $\int$ (x (x2x + 1)5dx
   3. $\int$ (2x4/ (x5 + 1)) dx
   4. $\int$ (ln 5x/x) dx
   5. $\int(e\sqrt{x}/\sqrt{x})\,dx$
9. **Unidad 4, actividad 9.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas; por el método de sustitución.
   1. $\int$ (x/ (x - 1)) dx
   2. $\int (x + 1)\,(x – 2)^9dx$
   3. $\int (x + 3) / (x – 4)^2)\,dx$
   4. $\int$ (1/ (3x + 5) dx
   5. $\int a^{nx}dx$
10. **Unidad 4, actividad 10.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas; por el método por partes.
    1. $\int xe^{3x}dx$
    2. $\int$xcos 2xdx
    3. $\int$x sec x tan x dx
    4. $\int x3^xdx$
    5. $\int x^2\ln xdx$
11. **Unidad 4, actividad 11.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas; por el método por partes.
    1. $\int (xe^x/ (x + 1)^2)\,dx$

2. $\int x^2$ sen 3x dx
3. $\int$ (sen 2x/$e^x$) dx
4. $\int x^2 3^x dx$
5. $\int$ln (x + 2) dx

**12. Unidad 4, actividad 12.** ***Adjuntar archivo.*** Desarrolla los procesos correspondientes a las siguientes integrales indefinidas; por el método por partes.

1. $\int sec^5\, xdx$
2. $\int z^2$ cos 2z dz
3. $\int$x sen $^{-1}$ x dx
4. $\int$ (x$e^x$/ $(x + 1)^2$) dx
5. $\int$ $(\ln x)^2 dx$

**13. Unidad 4, actividad 13.** ***Adjuntar archivo.*** Evalúa y desarrolla las siguientes integrales definidas.

1. $\int_0^1 (5x - \ 8x3 + 1)dx$
2. $\int_{-1}^2 30(5x - 2)^2 dx$
3. $\int_0^1 (x - 3)(x2 – 6x + 2)^3 dx$
4. $\int_1^4 (\sqrt{x} + x^{-(3/2)})dx$
5. $\int_0^1 xe^x dx$

**14. Unidad 4, actividad 14.** ***Adjuntar archivo.*** Evalúa y desarrolla las siguientes integrales definidas.

1. $\int_{2}^{8} (x/(x - 1))dx$

2. $\int_{4}^{11} (x + 1)(x - 2)^{9}dx$

3. $\int_{6}^{10} (x + 3)/(x - 4)^{2})dx$

4. $\int_{6}^{9} (1/(3x + 5)dx$

5. $\int_{0}^{2} a^{nx}dx$ Si $a = 2$ y $n = 3$

**15. Unidad 4, actividad 15.** ***Adjuntar archivo.*** Evalúa y desarrolla las siguientes integrales definidas.

1. $\int_{1}^{2} (x^{4})(\sqrt{}(3x^{5} - 5))dx$

2. $\int_{4}^{6} (\sqrt{}(3 - x))(x)dx$

3. $\int_{0}^{2} ((x^{3} + 3)^{(3/2)})(x^{5})dx$

4. $\int^{2} (t/\sqrt{}(t + 3))dt$

5. $\int_{-1}^{4}((x)(2x + 1))^6)dx$

16. **Unidad 4, actividad 16.** ***Adjuntar archivo.*** Evalúa y desarrolla las siguientes integrales definidas; por el método por sustitución.

1. $\int_{1}^{2}\sqrt{10^{3x}}dx$

2. $\int_{0}^{2}(2^x - 2^{2-x})dx$

3. $\int_{0}^{1}(4/5x^4)dx$

4. $\int_{0}^{2}(x\sqrt{(3x + 4)})dx$

5. $\int_{-2}^{2}(t^3- 3t)dt$

17. **Unidad 4, actividad 17.** ***Adjuntar archivo.*** Evalúa y desarrolla las siguientes integrales definidas; por el método por sustitución.

1. $\int_{0}^{1}(2x^2 + 4x + 1)dx$

2. $\int_{0}^{\pi/6}(\text{sen } t/\cos^2 t)dt$

3. $\int_{1}^{5} (1/\sqrt{(3x - 1)})dx$

4. $\int_{0}^{2} (x\sqrt{(3x - 6)})dx$

5. $\int_{0}^{\pi/2} (\sqrt{\text{sen } x} \, dx$

**18. Unidad 4, actividad 18.** ***Adjuntar archivo.*** Evalúa y desarrolla las siguientes integrales definidas; por el método por sustitución.

1. $\int_{1}^{4} \sqrt{x}dx$

2. $\int_{\pi/2}^{3\pi/2} (\text{sen } x/x)dx$

3. $\int_{0}^{\pi/2} \text{sen } 5x \cos 3x \, dx$

4. $\int_{0}^{1} (1/(x^2 + x + 1))dx$

5. $\int_{0}^{\pi} (\text{sen } x/(1 + x)) \, dx$

**19. Unidad 4, actividad 19.** ***Adjuntar archivo.*** Evalúa y desarrolla las siguientes integrales definidas; por la integración por partes.

1. $\int_{0}^{2}(x^{2}3^{x}dx$

2. $\int_{0}^{2} xe^{2x}dx$

3. $\int_{-1}^{2}\ln(x + 2)dx$

4. $\int_{0}^{0.5\pi/2}(\cos \sqrt{2x})dx$

5. $\int_{1}^{3}xe^{4x}dx$

**20. Unidad 4, actividad 20.** ***Adjuntar archivo.*** Evalúa y desarrolla las siguientes integrales definidas; por la integración por partes.

1. $\int_{0}\mathrm{sen}\ 3x \cos x\ dx$

2. $\int_{0}^{1} x\ \mathrm{sen}^{-1} x dx$

3. $\int_{0}^{\pi/4}e^{3x}\mathrm{sen}\ 4x\ dx$

4. $\int_{0}^{3\pi/4}(\sqrt{x} + x^{-(3/2)})dx$

5. $\int_{-\pi}^{\pi} z^2 \cos 2z \, dz$

**21. Unidad 4, actividad complementaria**. ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la unidad, realiza la actividad que tu asesor te indicará en el foro de la asignatura.

# ACTIVIDAD INTEGRADORA

# LO QUE APRENDÍ

*Adjuntar archivo.* ***Resuelve los siguientes problemas.***

1. La función de probabilidad de la duración de las llamadas telefónicas en una cierta ciudad es $f(x)=0.4e^{-0.4x}$, donde x representa la duración en minutos de una llamada seleccionada aleatoriamente. ¿Qué porcentaje de las llamadas duran entre 1 y 2 minutos?
2. La función de probabilidad de la duración de las llamadas telefónicas en una cierta ciudad es $f(x)=0.4e^{-0.4x}$, donde x representa la duración en minutos de una llamada seleccionada aleatoriamente. ¿Qué porcentaje de las llamadas duran 2 minutos o menos?
3. La función de probabilidad de la duración de las llamadas telefónicas en una cierta ciudad es $f(x)=0.4e^{-0.4x}$, donde x representa la duración en minutos de una llamada seleccionada aleatoriamente. ¿Qué porcentaje de las llamadas duran más de 2 minutos?
4. Los registros indican que t meses después del principio del año, el precio del pollo en los supermercados locales era $p(t)=0.06t^2 – 0.02t + 1.2$ dólares por libra. ¿Cuál fue el precio medio del pollo durante los primeros 6 meses del año?
5. La densidad de población a r millas del centro de una cierta ciudad es $D(r)=6{,}000e^{-0.1r}$ personas por milla cuadrada. ¿Cuántas personas viven a distancias entre 3 y 3 millas del centro de la ciudad?

# CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

***Adjuntar archivo.*** ***Responde las siguientes preguntas.***

1. Define el concepto de integral.
2. Define el concepto de integral definida.
3. Define el concepto de integral indefinida.
4. ¿Cómo se resuelve una integral mediante su fórmula?
5. ¿Cómo se aplica el método de cambio de variable de una integral?
6. Da un ejemplo teórico de una aplicación de la integral definida.
7. Da un ejemplo teórico de una aplicación de la integral indefinida.
8. Da un ejemplo teórico de la aplicación de integral en el campo de la estadística.
9. Define el concepto de área bajo la curva.
10. Menciona dos ejemplos teóricos en donde se aplique el área bajo la curva en la administración.

# EXAMEN PARCIAL

## (de autoevaluación)

***I. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas.***

1. Sea f(x) una función; y su antiderivada es $F'(x) = 12x^2 + 2x$; entonces F(x) es.

| | |
|---|---|
| a) $F(x) = -4x^3 + x^2 + C$ | b) $F(x) = 4x^3 + x^2 + C$ |
| c) $F(x) = 4x^4 + x^2 + C$ | d) $F(x) = 4x^3 - x^2 + C$ |
| e) $F(x) = 4x^4 + x^3 + C$ | |

2. Sea f(x) una función; y su antiderivada es $F'(x) = (3x + 5)$; entonces F(x) es.

| | |
|---|---|
| a) $F(x) = (3/2)x^4 + 5x + C$ | b) $F(x) = (3/2)x^3 + 5x + C$ |
| c) $F(x) = (3/2)x^2 + 5x + C$ | d) $F(x) = (-3/2)x^2 + 5x + C$ |
| e) $F(x) = (3/2)x^2 - 5x + C$ | |

3. Sea f(x) una función; y su antiderivada es $F'(x) = x^{(2/3)}$; entonces F(x) es.

| | |
|---|---|
| a) $F(x) = (9/5)x^{(5/9)} + C$ | b) $F(x) = (7/5)x^{(5/7)} + C$ |
| c) $F(x) = (2/5)x^{(5/2)} + C$ | d) $F(x) = (4/5)x^{(5/4)} + C$ |
| e) $F(x) = (3/5)x^{(5/3)} + C$ | |

4. Sea f(x) una función; y su antiderivada es F´(x) = $1/x^4 + 1/x^{(1/4)}$; entonces F(x) es.

| | |
|---|---|
| a) F(x) = $-(1/3)x^3 + (4/3)x^{(3/4)} + C$ | b) F(x) = $(1/3)x^3 + (4/3)x^{(3/4)} + C$ |
| c) F(x) = $-(1/3)x^3 - (4/3)x^{(3/4)} + C$ | d) F(x) = $-(1/3)x^2 + (4/3)x^{(3/5)} + C$ |
| e) F(x) = $(1/3)x^2 + (4/3)x^{(3/4)} + C$ | |

5. Sea f(x) una función; y su antiderivada es F´(x) = $2x\sqrt{}\,(1 – x^2)$; entonces F(x) es.

| | |
|---|---|
| a) F(x) = $(2/3)(-1 + x^2)^{(3/2)} + C$ | b) F(x) = $(-2/3)(1 + x^2)^{(3/2)} + C$ |
| c) F(x) = $(2/3)(1 - x^2)^{(3/2)} + C$ | d) F(x) = $(2/3)(1 + x^2)^{(3/2)} + C$ |
| e) F(x) = $-(2/3)(-1 + x^2)^{(3/2)} + C$ | |

***II. Elige la respuesta correcta a los siguientes problemas*.**

1. Sea f(x) una función; y su antiderivada es F´(x) = $\sqrt{}\,(3x + 4)$; entonces F(x) es.

| | |
|---|---|
| a) F(x) = $(2/9)(-3x - 4)^{(3/2)} + C$ | b) F(x) = $(2/9)(-3x + 4)^{(3/2)} + C$ |
| c) F(x) = $(2/9)(3x - 4)^{(3/2)} + C$ | d) F(x) = $(-2/9)(3x + 4)^{(3/2)} + C$ |
| e) F(x) = $(2/9)(3x + 4)^{(3/2)} + C$ | |

2. Sea f(x) una función; y su antiderivada es F´(x) = $t\,(5 + 3t^2)^8$; entonces F(x) es.

| | |
|---|---|
| a) F(x) = $1/54(5 + 3t2)^9 + C$ | b) F(x) = $1/52(5 + 3t2)^9 + C$ |
| c) F(x) = $1/59(5 + 3t2)^9 + C$ | d) F(x) = $1/56(5 + 3t2)^9 + C$ |
| e) F(x) = $1/51(5 + 3t2)^9 + C$ | |

3. Sea f(x) una función; y su antiderivada es F´(x) = $x^2(7 - 4x^3)^{(1/5)}$; entonces F(x) es.

| | |
|---|---|
| a) F(x) = $-(5/72)(7 – 4x^3)^{(6/5)} + C$ | b) F(x) = $-(5/71)(7 – 4x^3)^{(6/5)} + C$ |
| c) F(x) = $-(5/76)(7 – 4x^3)^{(6/5)} + C$ | d) F(x) = $-(5/73)(7 – 4x^3)^{(6/5)} + C$ |
| e) F(x) = $-(5/77)(7 – 4x^3)^{(6/5)} + C$ | |

4. Sea f(x) una función; y su antiderivada es F´(x) = 4x2/(1 – $8x^3)^4$; entonces F(x) es.

| | |
|---|---|
| a) F(x) = (1/13)(1 – $8x^3)^3$ + C | b) F(x) = (1/16)(1 – $8x^3)^3$ + C |
| c) F(x) = (1/11)(1 – $8x^3)^3$ + C | d) F(x) = (1/18)(1 – $8x^3)^3$ + C |
| e) F(x) = (1/19)(1 – $8x^3)^3$ + C | |

5. Sea f(x) una función; y su antiderivada es F´(x) = $x^2\sqrt{}$ (1 + x); entonces F(x) es.

| |
|---|
| a) F(x) = -(2/7)$(1 + x)^{(7/2)}$ - (4/5)$(1 + x)^{(5/2)}$ + (2/3)$(1 + x)^{(3/2)}$ + C |
| b) F(x) = (2/7)$(1 + x)^{(7/2)}$ - (4/5)$(1 + x)^{(5/2)}$ + (2/3)$(1 + x)^{(3/2)}$ + C |
| c) F(x) = (2/7)$(1 + x)^{(7/2)}$ - (4/5)$(1 + x)^{(5/2)}$ - (2/3)$(1 + x)^{(3/2)}$ + C |
| d) F(x) = (2/7)$(1 + x)^{(7/2)}$ + (4/5)$(1 + x)^{(5/2)}$ + (2/3)$(1 + x)^{(3/2)}$ + C |
| e) F(x) = -(2/7)$(1 + x)^{(7/2)}$ - (4/5)$(1 + x)^{(5/2)}$ - (2/3)$(1 + x)^{(3/2)}$ + C |

***III. Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas.***

1. Un cierto pozo de petróleo que produce 300 barriles de petróleo crudo al mes se secará en 3 años. Se estima que dentro de t meses el precio del petróleo crudo será de P(t) = 18 + 0.3√t dólares por barril. Si el petróleo se vende tan pronto como se extrae del suelo. ¿Cuál será ingreso futuro total del pozo?

| | |
|---|---|
| a) \$ 207,370.00 dólares | b) \$ 207,380.00 dólares |
| c) \$ 207,360.00 dólares | d) \$ 207,340.00 dólares |
| e) \$ 207,390.00 dólares | |

2. Un detallista recibe un cargamento de 10,000 kg de arroz que serán consumidos en un periodo de 5 meses a un ritmo constante de 2,000 kg por mes. Si el almacenaje cuesta un centavo por kg por mes. ¿Cuánto pagará el detallista en costes de almacenaje en los próximos 5 meses?

| | |
|---|---|
| a) \$ 250.00 | b) \$ 240.00 |
| c) \$ 260.00 | d) \$ 235.00 |
| e) \$ 270.00 | |

3. Cuando tiene x años, una cierta maquinaria industrial genera ingresos a un ritmo de $R(x) = 5{,}000 - 20x^2$ dólares por año y da por resultado unos costos que se acumulan a un ritmo de $C(x) = 2{,}000 + 10x^2$ dólares por año. ¿Cuántos años es provechoso el uso de la maquinaria? y ¿cuáles son las ganancias netas totales generadas por la maquinaria durante el periodo de tiempo de la pregunta anterior?

| |
|---|
| a) x = 12 años; Ganancias = $ 24,000.00 dólares |
| b) x = 09 años; Ganancias = $ 18,000.00 dólares |
| c) x = 11 años; Ganancias = $ 22,000.00 dólares |
| d) x = 08 años; Ganancias = $ 16,000.00 dólares |
| e) x = 10 años; Ganancias = $ 20,000.00 dólares |

4. La función de densidad de probabilidad para la vida de los componentes electrónicos construidos por una cierta compañía es $f(x) = 0.02e^{-0.02x}$, donde x representa la vida en meses de un componente seleccionado aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad de que la vida de un componente seleccionado al azar esté entre 20 y 30 meses?

| | |
|---|---|
| a) $P(20 \le x \le 30) = 12.20$ % | b) $P(20 \le x \le 30) = 12.15$ % |
| c) $P(20 \le x \le 30) = 12.25$ % | d) $P(20 \le x \le 30) = 12.05$ % |
| e) $P(20 \le x \le 30) = 12.30$ % | |

5. Durante varias semanas el departamento de carreteras ha estado registrando la velocidad del tráfico que fluye por una cierta salida del centro de la ciudad. Los datos sugieren que entre la 1:00 y las 6:00 P.M. en un día normal de la semana la velocidad del tráfico en la salida es aproximadamente de $S(t) = 2t^3 - 21t^2 + 60t + 40$ km por hora, donde t es el número de horas desde mediodía. Calcula la velocidad media del tráfico entre la 1:00 y las 6:00 P.M.

| | |
|---|---|
| a) 78.00 km/h | b) 77.56 km/h |
| c) 79.20 km/h | d) 78.50 km/h |
| e) 80.00 km/h | |

***IV. Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas*.**

1. Un día de cada mes depositas 100 dólares en una cuenta que produce interés al tipo anual del 8%, compuesto continuamente. Usa una integral definida para estimar: ¿cuánto tendrías en tu cuenta transcurridos 2 años (¿inmediatamente antes de hacer tu 25º depósito?)

| | |
|---|---|
| a) $ 2,602.66 dólares | b) $ 2,607.38 dólares |
| c) $ 2,597.36 dólares | d) $ 2,617.34 dólares |
| e) $ 2,585.39 dólares | |

2. Usa una integral definida para estimar el valor actual de una anualidad que paga 100, dólares por mes en los próximos 2 años si el tipo de interés que prevalece permanece fijo a un 8% anual compuesto continuamente.

| | |
|---|---|
| a) $ 2,050.45 | b) $ 1,940.56 |
| c) $ 2,260.89 | d) $ 2,235.10 |
| e) $ 2,217.84 | |

3. La dirección de una cadena nacional de heladerías está vendiendo una licencia para cinco años para manejar su nuevo mercado de una importante ciudad. Experiencias pasadas en otras ciudades similares sugieren que dentro de t años la licencia estará generando beneficios a un ritmo de $f(t) = 14,000 + 490t$ dólares por año. Si el tipo anual de interés predominante permanece fijo durante los 5 años a un 7% compuesto continuamente. ¿Cuál es el valor actual de la licencia?

| | |
|---|---|
| a) Valor Actual = $ 63,729.49 dólares | b) Valor Actual = $ 63,429.49 dólares |
| c) Valor Actual = $ 63,929.49 dólares | d) Valor Actual = $ 63,829.49 dólares |
| e) Valor Actual = $ 63,629.49 dólares | |

4. Acaba de abrirse un nuevo manicomio de distrito. Las estadísticas reunidas en idénticas condiciones sugieren que la fracción de pacientes que estarán aun recibiendo tratamiento en la clínica t meses después de su visita inicial viene dado por la función $f(t) = e^{-t/20}$. La clínica acepta inicialmente a 300 personas para tratamiento y planea aceptar nuevos pacientes a un ritmo de 10 por mes. Aproximadamente: ¿cuánta gente estará recibiendo tratamiento en la clínica dentro de 15 meses?

| | |
|---|---|
| ❍ a) 245 | ❍ b) 247 |
| ❍ c) 240 | ❍ d) 250 |
| ❍ e) 235 | |

5. Determina una expresión para el ritmo (en centímetros cúbicos por segundo) al que la sangre fluye a través de una arteria de radio R si la velocidad de la sangre a r centímetros del eje central es de $S(r) = k (R^2 – r^2)$, donde k es una constante.

| | |
|---|---|
| ❍ a) $-kr^2/2$ $cm^3/s$ | ❍ b) $-kr^6/3$ $cm^3/s$ |
| ❍ c) $-kr^3/3$ $cm^3/s$ | ❍ d) $-kr^4/2$ $cm^3/s$ |
| ❍ e) $-kr^5/5$ $cm^3/s$ | |

***V. Elige la respuesta correcta a las siguientes pregu***

1. Los registros indican que t horas después de la medianoche, la temperatura en el aeropuerto local era $f(t) = -0.3t^2 + 4t + 10$ grados celsius. ¿Cuál será la temperatura media en el aeropuerto entre las 9:00 a.m. y el mediodía?

| | |
|---|---|
| ❍ a) 18.9º C | ❍ b) 18.4º C |
| ❍ c) 18.7º C | ❍ d) 18.5º C |
| ❍ e) 18.6º C | |

2. Después de t meses en el trabajo, un empleado postal puede clasificar correo a un ritmo de $Q(t) = 700 – 400e^{-0.5t}$ cartas por hora. ¿Cuál es el ritmo medio al que el empleado clasifica el correo durante los primeros 3 meses de trabajo?

| | |
|---|---|
| a) 492.83 cartas/hora | b) 496.83 cartas/hora |
| c) 499.83 cartas/hora | d) 491.83 cartas/hora |
| e) 495.83 cartas/hora | |

3. Un estudio indica que dentro de x meses la población de un cierto pueblo estará aumentando a un cierto ritmo de $5 + 3x^{(2/3)}$ personas por mes. ¿Cuánto crecerá la población del pueblo en los próximos 8 meses?

| | |
|---|---|
| a) 93 personas | b) 89 personas |
| c) 95 personas | d) 98 personas |
| e) 94 personas | |

4. El valor de reventa una cierta maquinaria industrial decrece durante un periodo de 10 años a un ritmo que cambia con el tiempo. Cuando la maquinaria tiene x años, el ritmo al que está cambiando su valor es de 220(x – 10) dólares por año. ¿En cuánto tiempo se deprecia la maquinaria durante el segundo año?

| | |
|---|---|
| a) $ 1,875.00 dólares | b) $ 1,870.00 dólares |
| c) $ 1,880.00 dólares | d) $ 1,860.00 dólares |
| e) $1,850.00 dólares | |

5. En una cierta fábrica, el costo marginal es de $6(q – 5)^2$ dólares por unidad cuando el nivel de producción es de q unidades. ¿En cuánto aumentará el costo total de fabricación si el nivel de producción aumenta de 10 a 13 unidades?

| | |
|---|---|
| a) $ 770.00 dólares | b) $ 777.00 dólares |
| c) $ 779.00 dólares | d) $ 775.00 dólares |
| e) $ 774.00 dólares | |

***VI. Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas.***

1. Se estima que dentro de t días la cosecha de un agricultor estará aumentando a un ritmo de $0.3t^2 + 0.6t + 1$ búshels por día. ¿En cuánto aumentará el valor de la cosecha durante los próximos 5 días si el precio de mercado permanece fijo en 3 dólares por bushel?

| | |
|---|---|
| a) $ 75.00 dólares | b) $ 73.00 dólares |
| c) $ 78.00 dólares | d) $ 77.00 dólares |
| e) $ 70.00 dólares | |

2. Se calcula que la demanda de un producto industrial está creciendo exponencialmente a un ritmo de 2% por año. Si la demanda actual es de 5,000 unidades por año y el precio permanece fijo en 400 dólares por unidad. ¿Qué ingresos recibirá el fabricante de la venta del producto en los próximos 2 años?

| | |
|---|---|
| a) 3,881,077.40 dólares | b) $ 4,281,077.40 dólares |
| c) $ 3,981,077.40 dólares | d) $ 4,181,077.40 dólares |
| e) $ 4,081,077.40 dólares | |

3. La función de densidad de probabilidad para el intervalo de tiempo entre las llegadas de aviones sucesivos en un cierto aeropuerto es $f(x) = 0.2e^{-0.2x}$, donde x es el tiempo en minutos entre las llegadas en un par de aviones sucesivos seleccionados aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad de que dos aviones sucesivos seleccionados al azar lleguen dentro de un periodo de 5 minutos el uno al otro?

| | |
|---|---|
| a) 63.00 % | b) 63.12 % |
| c) 63.30 % | d) 63.21 % |
| e) 63.24 % | |

4.La función de densidad de probabilidad para el intervalo de tiempo entre las llegadas de aviones sucesivos en un cierto aeropuerto es $f(x) = 0.2e^{-0.2x}$, donde x es el tiempo en minutos entre las llegadas en un par de aviones sucesivos seleccionados aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad de que dos aviones sucesivos seleccionados al azar lleguen con una separación de más de 6 minutos?

| | |
|---|---|
| a) 30.23 % | b) 30.12 % |
| c) 30.08 % | d) 30.45 % |
| e) 30.03 % | |

5. Halla el área de la región que está bajo la curva y = $x^2 + 4$ y está acotada por esta curva la recta y = -x + 10, y los ejes de coordenadas.

| | |
|---|---|
| a) 119/3 | b) 123/3 |
| c) 128/3 | d) 127/3 |
| e)133.3 | |

***VII. Elige la respuesta correcta a las siguientes pregunta***

1. La integral de $X^3$ es igual a.

| | |
|---|---|
| a) $X^4/4$+c | b) $X^2/3$+c |
| c) $X^3/3$+c | d) $X^2$+c |
| e) X/3+c | |

2. La integral de 5 $X^5$ es igual a.

| | |
|---|---|
| a) 5 $X^3/3$+c | b) 5 $X^2/3$+c |
| c) 5 $X^6/6$+c | d) 5 $X^6$+c |
| e) 5x/3+c | |

3. La integral de ln x es igual a.

| | |
|---|---|
| a) Xln( x)-x+c | b) –Xln( x)-x+c |
| c) Xln( x)+x+c | d) – Xln( x)+x+c |
| e) Xln (x) –x-c | |

4. La integral de exp (x/2) es igual a.

| | |
|---|---|
| a) -Exp(x/2)/2+c | b) Exp(x/2)+c |
| c) -Exp(x/2)+c | d) 2Exp(x/2)/2+c |
| e) (–2) Exp(x/2)/2+c | |

5. La integral de -5exp(-x/2) es igual a.

| | |
|---|---|
| a) (–5)exp(-x/2)+c | b) (2)exp(-x/2)+c |
| c) (5)exp(-x/2)+c | d) (–2)exp(-x/2)+c |
| e) 10exp(-x/2)+c | |

6. La integral de sen 4x es igual a.

| | |
|---|---|
| a) (cos (4x))/4 +c | b) –cos (4x)/4+c |
| c) (sen (4x))/4+c | d) –(sen (4x))/4+c |
| e) –cos (4x)+c | |

7. La integral de 3sen 6x es igual a.

| | |
|---|---|
| a) 6(cos (6x))/3 +c | b) –cos (6x)/2+c |
| c) (sen (6x))/2+c | d) –(sen (6x))/3+c |
| e) –cos (6x)+c | |

8. La integral de cos 3x es igual a.

| | |
|---|---|
| a) (cos (3x))/3+c | b) –cos (3x)/3+c |
| c) (sen (3x))/3+c | d) –(sen (3x))/3+c |
| e) –cos (3x)+c | |

9. La integral de 3 cos 4x es igual a.

| | |
|---|---|
| a) (3)(Cos (4x))/2 +c | b) (–3)cos (4x)/2+c |
| c) (3)(sen (4x))/4+c | d) (–3)(sen (4x))/2+c |
| e) (–3)cos (4x)+c | |

10. La integral de (x+3) (x+2) es igual a.

| | |
|---|---|
| a) $X^3/4+ 5 X^2/2+6x+c$ | b) $X^3/3+ 5X^2/2+6x+c$ |
| c) $X^3/3+ 5 X^2/2+6x+c$ | d) $X^3/3+ X^3/2+x+c$ |
| e) $X^3/3+ X^3/2+x+c$ | |

# RESPUESTAS

## EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

| Unidad 4 |
| --- |
| Solución I |
| 1. **b** |
| 2. **c** |
| 3. **e** |
| 4. **a** |
| 5. **d** |

| Unidad 4 |
| --- |
| Solución II |
| 1. **e** |
| 2. **c** |
| 3. **a** |
| 4. **d** |
| 5. **b** |

| Unidad 4 |
| --- |
| Solución III |
| 1. **a** |
| 2. **b** |
| 3. **c** |
| 4. **d** |
| 5. **e** |

| Unidad 4 |
| --- |
| Solución IV |
| 1. **a** |
| 2. **e** |
| 3. **c** |
| 4. **b** |
| 5. **d** |

| Unidad 4 |
| --- |
| Solución V |
| 1. **c** |
| 2. **a** |
| 3. **d** |
| 4. **b** |
| 5. **d** |

| Unidad 4 |
| --- |
| Solución VI |
| 1. **a** |
| 2. **e** |
| 3. **d** |
| 4. **b** |
| 5. **c** |

| Unidad 4 | |
|---|---|
| Solución VII | |
| 1. **a** | 6. **b** |
| 2. **c** | 7. **b** |
| 3. **a** | 8. **c** |
| 4. **d** | 9. **c** |
| 5. **e** | 10. **b** |

# UNIDAD 5

# Ecuaciones diferenciales

# OBJETIVO PARTICULAR

El alumno comprenderá los métodos de resolución y aplicación de las ecuaciones diferenciales.

# TEMARIO DETALLADO

## (10 horas)

**5. Ecuaciones diferenciales**

| |
|---|
| 5.1. Concepto de ecuación diferencial |
| 5.2. Soluciones general y particular |
| 5.3. Ecuaciones diferenciales separables |
| 5.4. Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden |
| 5.5. Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales |

# ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

# LO QUE SÉ

***Actividad en Foro.***

Discute con tus compañeros en el foro, Ecuaciones diferenciales, ¿Qué nociones tienes de los métodos básicos para resolver derivadas e integrales?

Si tu asignatura la trabajas fuera de plataforma educativa, entonces realiza la misma actividad en no más de una cuartilla y entrégala a tu asesor.

# ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

**Unidad 5, actividad inicial.** ***Adjuntar archivo*****.** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 5, actividad 1.** ***Adjuntar archivo.*** Encuentra la solución general correspondiente y enuncia una solución particular para cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales.
    1. $3y'' - y' = 0$
    2. $y'' - 16y = 0$
    3. $y'' + 9y = 0$
    4. $y'' - 3y' + 2y = 0$
    5. $y'' + 3y' - 5y = 0$
2. **Unidad 5, actividad 2.** ***Adjuntar archivo.*** Encuentra la solución general correspondiente y enuncia una solución particular para cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales.
    1. $12y'' - 5y' - 2y = 0$
    2. $y'' - 4y' + 5y = 0$
    3. $3y'' + 2y' + y = 0$
    4. $y''' - 4y'' - 5y' = 0$
    5. $y''' - y = 0$

**3. Unidad 5, actividad 3.** ***Adjuntar archivo.*** Encuentra la solución general correspondiente y enuncia una solución particular para cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales.

1. $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = 0$
2. $y''' + y'' - 2y = 0$
3. $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$
4. $2y'' + 5y' = 0$
5. $y'' - 8y = 0$

**4. Unidad 5, actividad 4.** ***Adjuntar archivo.*** Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales dadas por separación de variables.

1. $y' = \cos 2x$
2. $dx - x^2dy = 0$
3. $(x + 1)\, y' = x$
4. $xy' = 4y$
5. $y' = (y^3/x^2)$

**5. Unidad 5, actividad 5.** ***Adjuntar archivo.*** Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales dadas por separación de variables.

1. $y' = ((x^2y^2) / (1 + x))$
2. $y' = e^{(3x + 2y)}$
3. $e^x uda – (e^{-y} + e^{(-2x – y)})\, dx = 0$
4. $(4y + yx^2)\, di – (2x + xy^2)\, dx = 0$
5. $(1 + x^2 + y^2 + x^2y^2)\, dy = y^2dx$

**6. Unidad 5, actividad 6.** ***Adjuntar archivo.*** Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales dadas por separación de variables.

1. $2y\,(x + 1)\, dy = xdx$
2. $(yx^2 – y)\, dy + (y + 1)^2dx = 0$
3. $\text{sen } 3x\, dx + 2y\cos^3 3x\, dy = 0$
4. $e^y \text{sen } x\, dx + \cos x\, (e^{2y} – y)\, dy = 0$
5. $y\,(4 – x^2)^{(1/2)}\, dy = (4 + y)^{(1/2)}\, dx$

7. **Unidad 5, actividad 7.** ***Adjuntar archivo.*** Dadas las siguientes ecuaciones diferenciales lineales de primer orden obtén la solución general y propón una solución particular en cada uno de los siguientes casos.
    1. $y' = 4y$
    2. $2y' + 10y = 1$
    3. $y' + y = e^{3x}$
    4. $y' + 3x^2y = x^2$
    5. $x^2y' + xy = 1$
8. **Unidad 5, actividad 8.** ***Adjuntar archivo.*** Dadas las siguientes ecuaciones diferenciales lineales de primer orden obtén la solución general y propón una solución particular en cada uno de los casos que a continuación se presentan.
    1. $(x + 4y^2)\, dy + 2ydx = 0$
    2. $xdy = (x\,\text{sen}\, x - y)\, dx$
    3. $(1 + x^2)\, dy + (xy + x^3 + x)\, dx = 0$
    4. $(1 + e^x)\, y' + e^xy = 0$
    5. $\cos x\, y' + y\,\text{sen}\, x = 1$
9. **Unidad 5, actividad 9.** ***Adjuntar archivo.*** Dadas las siguientes ecuaciones diferenciales lineales de primer orden obtén la solución general y propón una solución particular en cada uno de los casos que a continuación se presentan.
    1. $xy' + 4y = x^3 - x$
    2. $x^2y' + x\,(x + 2)\, y = e^x$
    3. $ydx + (xy + 2x – ye^y)\, dy = 0$
    4. $(x + 1)\, y' + (x + 2)\, y = 2xe^{-x}$
    5. $ydx – 4(x + y^6)\, dy = 0$
10. **Unidad 5, actividad complementaria.** ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la unidad, realiza la actividad que tu asesor te indicará en el foro de la asignatura.

# ACTIVIDAD INTEGRADORA

# LO QUE APRENDÍ

***Adjuntar archivo.* Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales.**

1. $y\,(1 + xy)\,dx - x\,dy = 0)$
2. $(\ln y - 2x)\,dx + ((x/y) - 2y)\,dy = 0$
3. $(2x - y)\,dx + (4y - x)\,dy = 0$
4. $y' + (2/x)\,y = x^3$
5. $x^2dy + 2xydx = x^5dx$

# CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

***Adjuntar archivo.* Responde las siguientes preguntas.**

1. Define el concepto de ecuación diferencial.
2. Define el concepto de ecuación diferencial ordinaria de primer orden.
3. Define el concepto de ecuación diferencial en general.
4. Define el concepto de ecuación diferencial en particular.
5. Define el concepto de ecuación diferencial separable.
6. Da un ejemplo teórico de una ecuación diferencial separable.
7. Da un ejemplo teórico de una ecuación diferencial en particular.
8. Da un ejemplo teórico de una ecuación diferencial en general.
9. Da un ejemplo teórico de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden.
10. Da un ejemplo teórico de una ecuación diferencial n.

# EXAMEN PARCIAL

## (de autoevaluación)

***I. En los siguientes problemas indica si las ecuaciones diferenciales dadas son lineales o no lineales; según sea el caso.***

1. $(1 - x)\, y'' - 4xy' + 5y = \cos x$.

- a) Lineal
- b) No Lineal

2. $yy' + 2y = 1 + x^2$.

- a) Lineal
- b) No Lineal

3. $x^3y^{(4)} - x^2y'' + 4xy' - 3y = 0$.

- a) Lineal
- b) No Lineal

4. $(dy/dx) = \sqrt{}\,(1 + (d^2y/dx^2)^2)$.

- a) Lineal
- b) No Lineal

5. $(\mathrm{sen}\, x)\, y'' - (\cos x)\, y' = 2$.

- a) Lineal
- b) No Lineal

***II. Relaciona ambas columnas indicando el orden de la ecuación diferencial; de las que a continuación se te muestran:***

| | | |
|---|---|---|
| ____ | 1. $(1 - x)y'' - 4xy' + 5y = \cos x$ ( 4 ) | a) Segundo Orden |
| ____ | 2. $yy' + 2y = 1 + x^2$ | b) Cuarto Orden |
| ____ | 3. $x^3y^{(4)} - x^2y'' + 4xy' - 3y = 0$ | c) Primer Orden |
| ____ | 4. $(dy/dx) = \sqrt{(1 + (d^2y/dx^2)^2)}$ | d) Cuarto Orden |
| ____ | 5. $(\text{sen } x)y'' - (\cos x)y' = 2$ | e) Segundo Orden |

***III. Responde verdadero (V) o falso (F).***

| | V | F |
|---|---|---|
| 1. Si una ecuación contiene sólo derivadas ordinarias de una o más variables dependientes con respecto a una variable dependiente entonces se dice que es una ecuación diferencial en derivadas parciales. | ❍ | ❍ |
| 2. Una de las propiedades que caracterizan a las ecuaciones diferenciales lineales es: que la variable dependiente *y* junto con todas sus derivadas son de primer grado, esto es, la potencia de cada término en *y* es 1. | ❍ | ❍ |
| 3. Para resolver las ecuaciones diferenciales; existen dos tipos de soluciones que son: las explícitas y las implícitas. | ❍ | ❍ |
| 4. Una solución de una ecuación diferencial no puede definirse en trozos. | ❍ | ❍ |
| 5. Existen ecuaciones diferenciales no lineales que son generalmente difíciles de resolver o imposibles de resolver en términos de las funciones elementales corrientes. | ❍ | ❍ |

***IV. Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas*.**

1. Un cultivo tiene inicialmente un número $N_o$ de bacterias. Para t = 1 hora, el número de bacterias medido es (3/2) $N_o$. Si la rapidez de multiplicación es proporcional al número de bacterias presentes, determina el tiempo necesario para que el número de bacterias se triplique.

| | |
|---|---|
| ❍ a) 2.78 horas | ❍ b) 2.68 horas |
| ❍ c) 2.71 horas | ❍ d) 2.64 horas |
| ❍ e) 2.73 horas | |

2. Un reactor transforma el uranio 238, que es relativamente estable, en el isótopo plutonio 239. Después de 15 años se determina que 0.043 % de la cantidad inicial $A_o$ de plutonio se ha desintegrado. Encuentra la vida media de este isótopo si la rapidez de desintegración es proporcional a la cantidad restante.

| | |
|---|---|
| ❍ a) 24,180 años | ❍ b) 24,175 años |
| ❍ c) 24,205 años | ❍ d) 24,190 años |
| ❍ e) 24,165 años | |

3. Se encuentra que un hueso fosilizado contiene 1/1000 de la cantidad original de Carbono 14. Determina la edad del fósil.

| | |
|---|---|
| ❍ a) 55,700 años | ❍ b) 55,900 años |
| ❍ c) 55,300 años | ❍ d) 55,600 años |
| ❍ e) 55,800 años | |

4. Al sacar un bizcocho del horno, su temperatura es de $300^o$ F. Tres minutos después, su temperatura es de $200^o$ F. ¿Cuánto demorará en enfriarse hasta una temperatura de $70^o$ F?

| | |
|---|---|
| ❍ a) 32.00 minutos | ❍ b) 32.30 minutos |
| ❍ c) 31.00 minutos | ❍ d) 29,67 minutos |
| ❍ e) 32.67 minutos | |

5. Una batería de 12 voltios se conecta a un circuito simple en serie en el cual la inductancia es de ½ henrio y la resistencia es 10 ohms. Determina la corriente *i* si la corriente inicial es cero.

| | |
|---|---|
| a) $i(t) = (3/5) – (3/5)e^{-20t}$ | b) $i(t) = (4/5) – (4/5)e^{-20t}$ |
| c) $i(t) = (2/5) – (2/5)e^{-20t}$ | d) $i(t) = (6/5) – (6/5)e^{-20t}$ |
| e) $i(t) = (7/5) – (7/5)e^{-20t}$ | |

***V. Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas.***

1. Se sabe que la población de cierta comunidad aumenta en un instante cualquiera, con rapidez proporcional al número de personas presentes en dicho instante. Si la población se duplica en 5 años ¿cuánto demorará en triplicarse?

| | |
|---|---|
| a) 11 años | b) 13 años |
| c) 9 años | d) 6 años |
| e) 12 años | |

2. Se sabe que la población de cierta comunidad aumenta en un instante cualquiera, con rapidez proporcional al número de personas presentes en dicho instante. Si la población se duplica en 5 años ¿cuánto demorará en cuadruplicarse?

| | |
|---|---|
| a) 10 años | b) 12 años |
| c) 8 años | d) 14 años |
| e) 11 años | |

3. Inicialmente había 100 miligramos presentes de una sustancia radiactiva. Después de 6 horas la masa disminuyó 3%. Si la rapidez de desintegración es, en un instante cualquiera, proporcional a la cantidad de sustancia presente en dicho instante, encuentra la vida media de la sustancia radiactiva.

| | |
|---|---|
| a) 156.5 horas | b) 116.5 horas |
| c) 126.5 horas | d) 146.5 horas |
| e) 136.5 horas | |

4. Cuando un rayo vertical de luz pasa a través de una sustancia transparente la rapidez con que su intensidad I disminuye es proporcional a I(t), donde t representa el espesor del medio, expresado en pies. En agua de mar límpida, la intensidad a 3 pies bajo la superficie es un 25% de la intensidad inicial $I_0$ del rayo incidente. ¿Cuánta es la intensidad del rayo a 15 pies bajo la superficie?

| | |
|---|---|
| a) $I(t = 15) = 0.00198I_0$ | b) $I(t = 15) = 0.00098I_0$ |
| c) $I(t = 15) = 0.00298I_0$ | d) $I(t = 15) = 0.00598I_0$ |
| e) $I(t = 15) = 0.00398I_0$ | |

5. En un trozo de madera quemada o de carbón, se encontró que el 85% del Carbono 14 se había desintegrado. ¿Qué edad tenía aproximadamente la madera?

| | |
|---|---|
| a) 15,900 años | b) 15,700 años |
| c) 16,000 años | d) 15,600 años |
| e) 15,300 años | |

***VI. Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas.***

1. Un termómetro se saca de una habitación, donde la temperatura del aire es de 70º F, al exterior, donde la temperatura es de 10º F. Después de medio minuto el termómetro marca 50º F. ¿Cuánto marca el termómetro después de t = 1 minuto?

| | |
|---|---|
| a) T(t = 1) = 30.67 ºF | b) T(t = 1) = 38.67º F |
| c) T(t = 1) = 37.67º F | d) T(t = 1) = 35.67º F |
| e) T(t = 1) = 36.67º F | |

2. Un termómetro se saca de una habitación, donde la temperatura del aire es de 70° F, al exterior, donde la temperatura es de 10º F. Después de medio minuto el termómetro marca 50º F. ¿Cuánto tiempo demorará el termómetro en alcanzar los 15º F?

| | |
|---|---|
| a) t = 3.06 minutos | b) t = 3.09 minutos |
| c) t = 3.16 minutos | d) t = 2.96 minutos |
| e) t = 2.90 minutos | |

3. A un circuito en serie, en el cual la inductancia es de 0.1 henrios y la resistencia es de 50 ohms, se le aplica una fuerza electromotriz de 30 volts. Encuentra la corriente i(t) si i(0) = 0.

| | |
|---|---|
| a) $i(t) = (8/5) – (8/5)e^{-500t}$ | b) $i(t) = (2/5) – (2/5)e^{-500t}$ |
| c) $i(t) = (3/5) – (3/5)e^{-500t}$ | d) $i(t) = (7/5) – (7/5)e^{-500t}$ |
| e) $i(t) = (4/5) – (4/5)e^{-500t}$ | |

4. A un circuito en serie, en el cual la inductancia es de 0.1 henrios y la resistencia es de 50 ohms, se le aplica una fuerza electromotriz de 30 volts. Determina el comportamiento de la corriente para valores grandes del tiempo.

| | |
|---|---|
| a) $t \to (6/5)$ cuando $t \to \infty$ | b) $t \to (3/5)$ cuando $t \to \infty$ |
| c) $t \to (4/5)$ cuando $t \to \infty$ | d) $t \to (8/5)$ cuando $t \to$ |
| e) $t \to (2/5)$ cuando $t \to$ | |

5. Un tanque contiene 200 litros de fluido en los cuales se disuelven 30 gramos de sal. Una salmuera que contiene 1 gramo de sal por litro se bombea dentro del tanque con una rapidez de 4 litros por minuto; la solución adecuadamente mezclada se bombea hacia fuera con la misma rapidez. Encuentra el número de gramos A(t) de sal que hay en el tanque en un instante cualquiera.

| | |
|---|---|
| a) $A(t) = 600 – 170e^{-t/50}$ | b) $A(t) = 700 – 170e^{-t/50}$ |
| c) $A(t) = 500 – 170e^{-t/50}$ | d) $A(t) = 200 – 170e^{-t/50}$ |
| e) $A(t) = 400 – 170e^{-t/50}$ | |

***VII. Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas*.**

1. Un gran tanque parcialmente lleno con 100 galones de fluido en los cuales se disuelven 10 libras de sal. Una salmuera que contiene media libra de sal por galón se bombea dentro del tanque con una rapidez de 6 galones por minuto; la solución adecuadamente mezclada se bombea enseguida hacia fuera del tanque con una rapidez menor de 4 galones por minuto. Encuentra el número de libras de sal que hay en el tanque después de 30 minutos.

| | |
|---|---|
| a) A(t = 30) = 64.38 lb | b) A(t = 30) = 74.38 lb |
| c) A(t = 30) = 54.38 lb | d) A(t = 30) = 44.38 lb |
| e) A(t = 30) = 84.38 lb | |

2. El valor de reventa de una cierta maquinaria industrial decrece durante un periodo de 10 años a ritmo que depende de la edad de la maquinaria. Cuando la maquinaria tiene x años, el ritmo al que está cambiando su valor es de 220(x – 10) dólares por año. Si la maquinaria valía originalmente $ 12,000,00 dólares, ¿cuánto valdrá cuando tenga 10 años?

| | |
|---|---|
| a) V(x = 10) = $ 6,000.00 dólares | b) V(x = 10) = $ 1,000.00 dólares |
| c) V(x = 10) = $ 4,000.00 dólares | d) V(x = 10) = $ 3,000.00 dólares |
| e) V(x = 10) = $ 5,000.00 dólares | |

3. Un pozo de petróleo que produce 300 barriles de petróleo crudo por mes se secará en 3 años. Se estima que dentro de t meses el precio del petróleo crudo será de $P(t) = 18 + 0.3\sqrt{t}$ dólares por barril. Si el petróleo se vende tan pronto como se extrae del suelo. ¿Cuál será el ingreso total obtenido del pozo?

| | |
|---|---|
| a) $R(t = 36) = \$\ 507{,}360.00$ dólares | b) $R(t = 36) = \$\ 607{,}360.00$ dólares |
| c) $R(t = 36) = \$\ 107{,}360.00$ dólares | d) $R(t = 36) = \$\ 407{,}360.00$ dólares |
| e) $R(t = 36) = \$\ 207{,}360.00$ dólares | |

4. Una inversión de $ 1,000.00 dólares crece a un ritmo igual a 7 por 100 de su tamaño. Expresa el valor de la inversión como una función del tiempo.

| | |
|---|---|
| a) $Q(t) = 4{,}000e^{-0.7t}$ | b) $Q(t) = 5{,}000e^{-0.7t}$ |
| c) $Q(t) = 3{,}000e^{-0.7t}$ | d) $Q(t) = 1{,}000e^{-0.7t}$ |
| e) $Q(t) = 2{,}000e^{-0.7t}$ | |

5. El ritmo al que se propaga un rumor por una comunidad es conjuntamente proporcional al número de residentes que han oído el rumor y al número que no lo han oído. Si 1/10 de los residentes oyen inicialmente el rumor y ¼ lo han oído pasadas 2 horas, ¿qué fracción lo habrá oído pasadas 4 horas?

| | |
|---|---|
| a) 1/2 | b) 1/3 |
| c) 1/7 | d) 1/9 |
| e) 1/4 | |

***VIII. Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas.***

1. Resolver $2xy\,dx + (x^2 - 1)\,dy = 0$.

| | |
|---|---|
| a) $x^2y^2 - y = c$ | b) $xy - y^2 = c$ |
| c) $x^2y - y = c$ | d) $y - x^2y = c$ |
| e) $x^2y - xy = c$ | |

2. Resolver $(2x-1)dx + (3y+7)dy = 0$.

| | |
|---|---|
| a) $x^2 - x + \frac{3}{2}y^2 + 7y = c$ | b) $x^2 - x^3 + \frac{2}{3}y^2 + 9y = c$ |
| c) $2x^2 - x + y^2 + 7y = c$ | d) $3x^2 - x + \frac{5}{2}y^2 + 7y^2 = c$ |
| e) $x^2 - 2x + \frac{3}{2}y^2 - 8y = c$ | |

3. Resolver $(5x+4y)\,dx + (4x - 8y^3)\,dy = 0$.

| | |
|---|---|
| a) $2x^2 + 4xy^3 - 2y^4 = c$ | b) $\frac{5}{3}x^2 - 3xy - 2y^4 = c$ |
| c) $\frac{5}{2}x^2y + 3xy + 3y^4 = c$ | d) $4x^2 + 4xy^2 - 2y = c$ |
| e) $\frac{5}{2}x^2 + 4xy - 2y^4 = c$ | |

4. Resolver $(2xy^2 - 3)dx + (2x^2y + 4)dy = 0$.

| | |
|---|---|
| a) $xy - 4x + 3y = c$ | b) $x^2y^2 - 3x + 4y = c$ |
| c) $x^2y^2 - 4x + 3y = c$ | d) $xy^2 + 5x + 4y = c$ |
| e) $x^2y - 3x + 4xy = c$ | |

5. Resolver $\left(1-\frac{3}{x}+y\right)dx+\left(1-\frac{3}{y}+x\right)dy$.

| | |
|---|---|
| a) $2x+3y+3\ln\lvert xy\rvert=c$ | b) $x+5y-3\ln\lvert x+y\rvert=2c$ |
| c) $6x+2y-4\ln\lvert xy\rvert=c$ | d) $x+y-3\ln\lvert xy\rvert=c$ |
| e) $x+y-5\ln\lvert xy\rvert=3c$ | |

6. Resolver $(x^3+y^3)dx+3xy^2\,dy=0$.

| | |
|---|---|
| a) $\frac{x^4}{4}+xy^4-c=0$ | b) $\frac{x^4}{4}+xy^3=c$ |
| c) $\frac{x^4}{4}+4xy^3=c$ | d) $\frac{x^4}{4}+x^3y^3-c=0$ |
| e) $\frac{3x^4}{4}+4xy^3=c$ | |

7. Resolver $\frac{2x}{y}dx-\frac{x^2}{y^2}dy=0$.

| | |
|---|---|
| a) $\frac{3x^2}{y}+2x\ln 2y=c$ | b) $\frac{2x^2}{y}-2x\ln y-c=0$ |
| c) $\frac{2x^2}{3y}+2x\ln y=2c$ | d) $\frac{2x^2}{y}+3x\ln 3y=2c$ |
| e) $\frac{2x^2}{y}+2x\ln y=c$ | |

8. Resolver $(x+y)^2dx+(2xy+x^2-1)dy=0$.

| | |
|---|---|
| a) $\frac{x^3}{3}+x^2y^2+3xy^2-2y=c$ | b) $\frac{x^3}{3}-x^2y-2x^2y^2-y=c$ |
| c) $\frac{x^3}{3}+x^2y+xy^2-y=c$ | d) $\frac{x^3}{3}-3x^2y-3xy^2-3y=c$ |
| e) $x^3+3x^2y+2xy^2+3y=c$ | |

9. Resolver $(5x-y^3)dx+(x^2-3xy^2)dy=0$.

| | |
|---|---|
| a) $\frac{5}{2}x^2+3xy^3+\frac{4x^3}{3}=c$ | b) $\frac{5}{3}x^2-xy^3+\frac{x^3}{3}=c$ |
| c) $\frac{5}{2}x^2y^2-xy^3+\frac{x^3}{3}=c$ | d) $\frac{5}{2}x^2-3xy^3+\frac{5x^3}{3}=c$ |
| e) $\frac{5}{2}x^2-xy^3+\frac{x^3}{3}=c$ | |

10. Resolver $(1-2x^2-2y)\frac{dy}{dx}=4x^3+4xy$.

| | |
|---|---|
| a) $x^4-3x^2y+3y-y^2=c$ | b) $-x^4-2x^2y+y-y^2=c$ |
| c) $-x^4+3x^2y+y^2+3y=c$ | d) $x^4-2x^2y+y-3y^2=2c$ |
| e) $-x^4-4x^2y-3y-y^2=c$ | |

# RESPUESTAS

## EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

| Unidad 5 |
| --- |
| Solución I |
| 1. **a** |
| 2. **b** |
| 3. **a** |
| 4. **b** |
| 5. **a** |

| Unidad 5 |
| --- |
| Solución II |
| 1. **e** |
| 2. **c** |
| 3. **d** |
| 4. **b** |
| 5. **a** |

| Unidad 5 |
| --- |
| Solución III |
| 1. **F** |
| 2. **V** |
| 3. **F** |
| 4. **F** |
| 5. **V** |

| Unidad 5 |
| --- |
| Solución IV |
| 1. **c** |
| 2. **a** |
| 3. **e** |
| 4. **b** |
| 5. **d** |

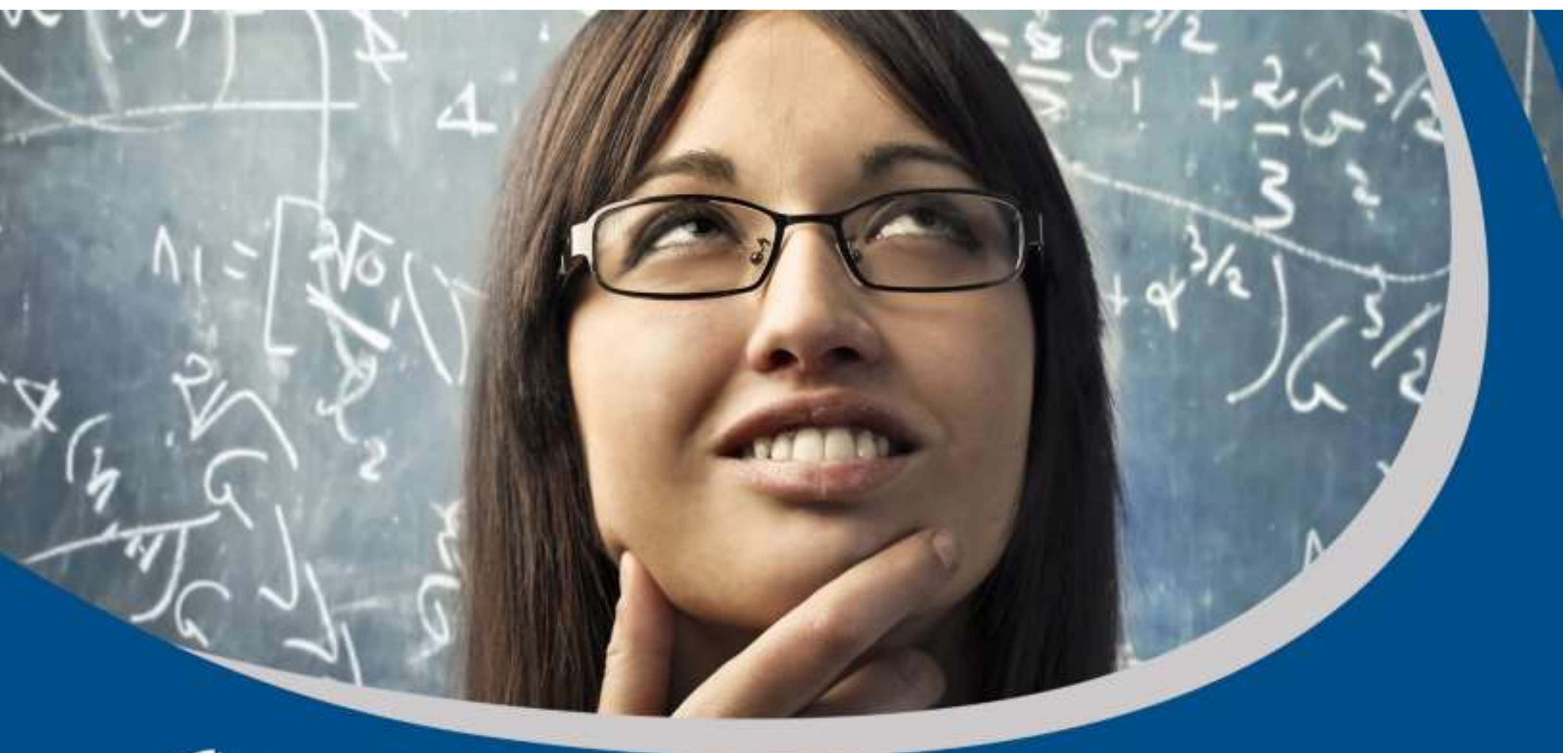
| Unidad 5 |
| --- |
| Solución V |
| 1. **c** |
| 2. **a** |
| 3. **e** |
| 4. **b** |
| 5. **d** |

| Unidad 5 |
| --- |
| Solución VI |
| 1. **e** |
| 2. **a** |
| 3. **c** |
| 4. **b** |
| 5. **d** |

| Unidad 5 |
| --- |
| Solución VII |
| 1. **e** |
| 2. **b** |
| 3. **c** |
| 4. **d** |
| 5. **a** |

| Unidad 5 | |
| --- | --- |
| Solución VIII | |
| 1. **c** | 6. **b** |
| 2. **a** | 7. **e** |
| 3. **e** | 8. **e** |
| 4. **b** | 9. **e** |
| 5. **d** | 10. **b** |

# UNIDAD 6
# Resolución de problemas matemáticos en informática



SUAyED UNAM
Sistema Universidad Abierta y Educación a Distancia

Plan 2012 2016 actualizado

# OBJETIVO PARTICULAR

El alumno resolverá problemas de cálculo utilizando software.

# TEMARIO DETALLADO

## (10 horas)

**6. Resolución de problemas matemáticos en informática**

6.1 Prácticas de laboratorio

# ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

# LO QUE SÉ

***Actividad en Foro.***

Discute con tus compañeros en el foro, Resolución de problemas matemáticos en informática*,* basándonos en tus estudios de formación básica de educación secundaria y de educación media superior; se te fórmula la siguiente pregunta: ¿Qué aprendiste cuando en la materia de informática; del nivel medio superior te enseñaron el manejo y aplicación de distintos tipos de software básicos para poder programar diversos tipos de problemas y aplicaciones referidos a casos enfocados a las áreas económicos-administrativas?

Si tu asignatura la trabajas fuera de plataforma educativa, entonces realiza la misma actividad en no más de una cuartilla y entrégala a tu asesor.

# ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

**Unidad 6, actividad inicial.** ***Adjuntar archivo*****.** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 6, actividad 1.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen.
    1. Halla el dominio de la función: f(x)= x/(x2 – x – 2)
    2. Determina $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, si f(x)= $x^2$
    3. Determina 5! = 1 · 2 · 3 · 4 · 5
    4. Si F(p) = $p^2$ + 4p -3 y G(p) = 2p + 1. Determina a) F(G (p)) y G(F (1))
    5. Si f(x)= x + 1 y g(x)= x + 4; encuentra lo siguiente: (f – g) (x)
2. **Unidad 6, actividad 2.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos.
    1. Expresa el dominio de la función: $F(t)= 3t^2 +5$
    2. Un negocio con capital original de $10,000.00 tiene ingresos y gastos semanales de $2,000.00 y $1,600.00, respectivamente. Si se tienen en el negocio todas las utilidades, expresa el valor de *V* en el negocio al final de *t* semanas como función de *t*
    3. Expresa el dominio de la siguiente función $h(s)= (4 - s^2)/(2s^2 - 7s - 4)$
    4. Determina los valores funcionales para la función:
    g(u)= $u^2$ + u; g (-2), g (2v), g($-x^2$)

5. Determina las intersecciones *x*, *y;* de la ecuación y trazar la gráfica:

   $x = -3y^2$

**3. Unidad 6, actividad 3.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos.

1. $\lim_{q \to -1} (q^3 - q + 1)$
2. $\lim_{x \to -3} (x^3 + 4x^2 - 7)$
3. $\lim_{x \to 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^3 + 4}$
4. $\lim_{x \to 3} \sqrt{x^2 + 7}$
5. $\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

**4. Unidad 6, actividad 4.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos.

1. Halla el límite de $\lim_{p \to 4} \sqrt{p^2 + p + 5}$
2. $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$
3. Halla el $\lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$; cuando $f(x) = x^2 - 3$
4. $\lim_{x \to -\infty} 5x$
5. $\lim_{X \to 1} x (x - 1)^{-1}$

**5. Unidad 6, actividad 5.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos:

1. $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$
2. dy; si $y = 3x + 7$

3. df(x)/dx si $f(x) = (5 – 4x)$
4. df(z)/dz; si $f(z) = (x^4 /4) - (5/z^{1/3})$
5. Halla la derivada de $f (x) = 2x (x^2 -5x + 2)$ cuando $x = 2$

**6. Unidad 6, actividad 6.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen.

1. Determina una ecuación de la recta tangente a la curva.

$y = (3x^2 – 2)/x$; cuando $x = 1$

2. Diferencia la función. $f (x) = 8x^4$
3. $f (x) = 4x^{-14/5}$
4. $f (x) = (x +1) (x + 3)$
5. $f (x) = (x^2 + x^3)/x^2$

**7. Unidad 6, actividad 7.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos.

1. Halla la integral indefinida: $\int y^2 (y + 2/3)\, dy$
2. $\int(y^5 – 5y)\, dy$
3. $\int(3r^2 – 4r + 5)\, dr$
4. $\int(x^{8.3} – 9x^6 + 3x^{-4} + x^{-3})\, dx$
5. $\int \frac{-2 \sqrt{x}}{3}\, dx.$

**8. Unidad 6, actividad 8.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos.

1. $\int \frac{1}{4\sqrt[8]{x^7}}\, dx$
2. $\int (x^3/3 – 3/x^3)\, dx$
3. $\int (3w^2/2 - 2/3w^{2)}\, dw$
4. $\int \frac{2z – 5}{7}\, dz$
5. $\int \frac{(e^u + 1)}{4}\, du$

9. **Unidad 6, actividad 9.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos.
   1. y’ = - y/x si x, y >0
   2. Resuelva la ecuación diferencial: $y' = 2xy^2$
   3. dy/dx = y, para y >0
   4. y’ = y/x’ x, y > 0
   5. y’ = 1/y ; y > 0, y(2) = 2
10. **Unidad 6, actividad 10.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos.
    1. $dy/dx – x \sqrt{x^2} + 1 = 0$
    2. $e^y y' – x^2 = 0$; y = 0 cuando x = 0
    3. Supóngase que el número máximo de miembros de un nuevo club campestre será de 800 personas debido a limitaciones de las instalaciones. Hace un año el número de miembros era 50 y ahora existen 200. Suponiendo que las inscripciones siguen en una función lógica, ¿cuántos miembros habrá dentro de tres años?
    4. Se encontró asesinado en su hogar un rico industrial. La policía llegó al lugar del crimen a las 11:00 pm. en ese momento la temperatura del cuerpo era de 31° C, y una hora después era de 30° C. Determinar la hora en que ocurrió el asesinato.
    5. La población de una ciudad tiene un crecimiento logístico y esté limitada a 40000 personas. Si la población era de 20,000 en 1984 y de 25,000 en 1989, ¿Cuál será la población en 1994? Proporcione la respuesta al centenar más cercano.
11. **Unidad 6, actividad 11.** ***Adjuntar archivo.*** Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos.
    1. Un termómetro se saca de una habitación, donde la temperatura del aire es de 70º F, al exterior, donde la temperatura es de 10º F. Después de medio minuto el termómetro marca 50º F. ¿Cuánto marca el termómetro después de t = 1 minuto?

2. Un termómetro se saca de una habitación, donde la temperatura del aire es de 70º F, al exterior, donde la temperatura es de 10º F. Después de medio minuto el termómetro marca 50º F. ¿Cuánto tiempo demorará el termómetro en alcanzar los 15º F?
3. A un circuito en serie, en el cual la inductancia es de 0.1 henrios y la resistencia es de 50 ohms, se le aplica una fuerza electromotriz de 30 volts. Encuentra la corriente i(t) si i(0) = 0.
4. A un circuito en serie, en el cual la inductancia es de 0.1 henrios y la resistencia es de 50 ohms, se le aplica una fuerza electromotriz de 30 volts. Determina el comportamiento de la corriente para valores grandes del tiempo.
5. Un tanque contiene 200 litros de fluido en los cuales se disuelven 30 gramos de sal. Una salmuera que contiene 1 gramo de sal por litro se bombea dentro del tanque con una rapidez de 4 litros por minuto; la solución adecuadamente mezclada se bombea hacia fuera con la misma rapidez. Encuentra el número de gramos A(t) de sal que hay en el tanque en un instante cualquiera.

**12. Unidad 6, actividad 12.** ***Adjuntar archivo.*** Aplicando las propiedades de los límites demuestra los límites de las siguientes funciones que a continuación se mencionan. Emplea la herramienta de trabajo Excel para resolver los ejercicios.

1. $f(x) = (x^3 – 27) / (x – 3)$; entonces el lim $f(x) = 27$ cuando $x \to 3$
2. $f(s) = (3s^2 – 8s – 16) / (2s^2 – 9s –+4)$; entonces el lim $f(s) = (16/7)$ cuando $s \to 4$
3. $f(x) = (3 - \sqrt{x}) / (9 – x)$; entonces el lim $f(x) = (1/6)$ cuando $x \to 9$
4. $f(x) = (2x^2 – x – 3) / (x^3 + 2x^2 +6x + 5)$; entonces el lim $f(x) = -1$ cuando $x \to -1$
5. Si $f(x) = x^2 + 5x – 3$; demuestre que el lim $f(x) = f(2)$ cuando $x \to 2$
6. $f(x) = (\sqrt{(x + 2)} - \sqrt{2}) /x$; entonces el lim $f(x) = (1/4) \sqrt{2}$ cuando $x \to 0$
7. $f(y) = (y^3 + 8) / (y + 2)$; entonces el lím $f(y) = 12$ cuando $y \to -2$
8. $f(y) = (y^3 – 2y^2 + 3y – 4)$; entonces el lim $f(y) = -10$ cuando $y \to -1$
9. $f(x) = (5x + 2)$; entonces el lim $f(x) = -18$ cuando $x \to -4$
10. $f(x) = (3x – 7)$; entonces el lim $f(x) = 8$ cuando $x \to 5$

**13. Unidad 6, actividad complementaria.** ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la unidad, realiza la actividad que tu asesor te indicará en el foro de la asignatura.

# ACTIVIDAD INTEGRADORA

# LO QUE APRENDÍ

***Adjuntar archivo.***

Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos:

1. Por cada cargamento de materiales en bruto un fabricante debe pagar unos honorarios de solicitud para cubrir embalaje y transporte. Después de haberlos recibido, los materiales en bruto deben ser almacenados hasta su utilización y se originan costos de almacenaje. Si cada cargamento de materiales en bruto es grande, los costos de solicitud serán bajos, ya que se requieren pocos cargamentos, pero los costos de almacenaje serán altos. Si cada cargamento es pequeño, los costos de solicitud serán altos porque se requerirán muchos cargamentos, pero los costos de almacenaje bajarán. Un fabricante estima que si cada cargamento contiene x unidades, el costo total de pedir y almacenar el suministro del año de materiales en bruto será $C(x) = x + (160{,}000/x)$ dólares. Determina el costo total para un cargamento de 400 unidades.
2. Encuentra el límite de la función definida por la expresión:
   $f(x) = (2x^2 + x - 3) / (x - 1)$ cuando (x) tiende a 1.

3. Supón que el costo total en dólares de fabricar q unidades de un cierto artículo viene dado por la función $C(q) = q^3 – 30q^2 + 500q + 200$. Calcula el costo total de fabricación de 10 unidades del artículo.
4. Supón que el costo total en dólares de fabricar q unidades de un cierto artículo viene dado por la función $C(q) = q^3 – 30q^2 + 500q + 200$. Calcula el costo de fabricación de la décima unidad del artículo.
5. Un fabricante puede producir radios a un costo de 10 dólares cada una y estima que si son vendidas por x dólares cada una, los usuarios comprarán aproximadamente 80 menos x radios cada mes. Determina el beneficio mensual esperado si el fabricante vendiese 50 radios.
6. Encuentra: límite de $f(x) = (x^3 - 27) / (x – 3)$ cuando $x \rightarrow 3$.
7. Encuentra: límite de $X / (- 7X + 1)$ cuando $X \rightarrow 4$.
8. Supón que cierto proceso químico produce un líquido y que la función del costo total c está dada por $C(x) = 6 + 4\sqrt{x}$; donde c(x) dólares es el costo total de producción de x litros del líquido; determina el valor del costo marginal cuando se producen 16 litros.
9. La función de probabilidad de la duración de las llamadas telefónicas en una cierta ciudad es $f(x) = 0.4e^{-0.4x}$, donde x representa la duración en minutos de una llamada seleccionada aleatoriamente. ¿Qué porcentaje de las llamadas duran más de 2 minutos?
10. Un pozo de petróleo que produce 300 barriles de petróleo crudo por mes se secará en 3 años. Se estima que dentro de t meses el precio del petróleo crudo será de $P(t) = 18 + 0.3\sqrt{t}$ dólares por barril. Si el petróleo se vende tan pronto como se extrae del suelo. ¿Cuál será el ingreso total obtenido del pozo?

# CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

***Adjuntar archivo.* Responde las siguientes preguntas.**

1. Define el concepto de función.
2. Define el concepto de límite.
3. Define el concepto de derivada.
4. Define el concepto de integral.
5. Define el concepto de ecuación diferencial.
6. Define el concepto de software.
7. Define el concepto de aplicaciones.
8. Explica la importancia de los softwares.
9. Explica la importancia de la toma de decisiones a través de los softwares.
10. Define el concepto de aplicación en el campo profesional.

# EXAMEN PARCIAL

## (de autoevaluación)

***I. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta.***

1. Desde el principio del año el precio de una hogaza de pan integral en un supermercado local ha estado subiendo a un ritmo constante de 2 centavos por mes. El día uno de noviembre, el precio alcanzó los 64 centavos por hogaza. Determina el precio al principio del año.

| | |
|---|---|
| ❍ a) p(t) = 46 centavos | ❍ b) p(t) = 44 centavos |
| ❍ c) p(t) = 42 centavos | ❍ d) p(t) = 48 centavos |
| ❍ e) p(t) = 40 centavos | |

2. El índice medio de estudiantes que empiezan en una escuela de artes liberales orientales ha ido disminuyendo a un ritmo constante en los últimos años. En 2003, este índice era de 582 mientras que el en el 2008 fue del 552. ¿Cuál será el índice medio de estudiantes que empiecen en 2013?

| | |
|---|---|
| ❍ a) y = 500 | ❍ b) y = 512 |
| ❍ c) y = 552 | ❍ d) y = 530 |
| ❍ e) y = 522 | |

3. Un fabricante puede vender un cierto producto por 110 dólares cada unidad. El costo total está formado por unos gastos generales de $ 7,500.00 dólares más los costes de producción de $ 60.00 dólares por unidad. ¿Cuántas unidades debe vender el fabricante para llegar al punto de beneficio nulo?

| | |
|---|---|
| a) x = 150 unidades | b) x = 160 unidades |
| c) x = 130 unidades | d) x = 170 unidades |
| e) x = 120 unidades | |

4. Un fabricante puede vender un cierto producto por 110 dólares cada unidad. El costo total está formado por unos gastos generales de $ 7,500.00 dólares más los costos de producción de $ 60.00 dólares por unidad. ¿Cuál es el beneficio o pérdida del fabricante si vende 100 unidades?

| | |
|---|---|
| a) -$ 3,000.00 dólares | b) $ 1,000.00 dólares |
| c) $ 3,000.00 dólares | d) -$ 2,500.00 dólares |
| e) $ 2,700.00 dólares | |

5. Un fabricante puede vender un cierto producto por 110 dólares cada unidad. El costo total está formado por unos gastos generales de $ 7,500.00 dólares más los costos de producción de $ 60.00 dólares por unidad. ¿Cuántas unidades debe vender el fabricante para obtener un beneficio de $ 1,250.00 dólares?

| | |
|---|---|
| a) x = 185 | b) x = 175 |
| c) x = 195 | d) x = 165 |
| e) x = 205 | |

***II. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos y elige la respuesta correcta*.**

1. Un sociólogo está estudiando varios programas que se sugiere pueden ayudar en la educación de los niños en edad preescolar de cierta ciudad. El sociólogo considera que después de x años de iniciado el programa específico, f(x)

millares de preescolares se inscribirán. Se tiene que: f (x) = 10 (12 x – $x^2$), 0 ≤ x ≤ 12. ¿A qué cambiará la inscripción después de 3 años del inicio de ese programa?

| | |
|---|---|
| a) 6 2/3 millares de preescolares | b) 7 millares de preescolares |
| c) 8 millares de preescolares | d) 7 1/2 millares de preescolares |
| e) 18 1/2 millares de preescolares | |

2. Supón que un fabricante vende un producto en $2 (dólares) por unidad. Si se venden q unidades, los ingresos están dados por r = 2q. La función de ingreso marginal, ¿De cuánto es?

| | |
|---|---|
| a) 2q | b) 3 |
| c) 2 | d) 4 |
| e) Q | |

3. Determina la tasa relativa y porcentual de variación de y = f (x) = $3x^2$ - 5x + 25, cuando x = 5.

| | |
|---|---|
| a) R = 1.333; P = 133.33% | b) R = 1.430; P = 143.00% |
| c) R = 0.250; P = 25.00% | d) R = 0.750; P = 75.00% |
| e) R = 0.333; P = 33.30**%** | |

4. Fernando estimó la función de costo total para una fábrica de calcetas y calcetines de la siguiente manera: c = -10,484.69 + 6.750q – $0.000328q^2$, en donde q es la producción en docenas de pares y c son los costos totales en dólares. Halla la función de costo marginal cuando q = 5,000.

| | |
|---|---|
| a) dr /dq = 7.500 – 656q; 47 | b) dr /dq = 6.750 – 0.000656q; 3.47 |
| c) dr /dq = 5.900 – 0.0656q; 4.73 | d) dr /dq = 0.069 – 5.6q; 3.47 |
| e) dr /dq = 75.910 – 0.00076q; 13.47 | |

5. Para la función de costos $c = 0.2q^2 + 1.2q + 4$, ¿Con qué rapidez varía c con respecto a q cuando q = 5? Determina la tasa porcentual de cambio de c con respecto a q cuando q = 5.

| | |
|---|---|
| a) 32; 2. 13% | b) 20.4; 8% |
| c) 22.12; 25.5% | d) 3.2; 21.3% |
| e) 29.5; 22% | |

***III. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta*****.**

1. Para un grupo urbano específico algunos sociólogos estudiaron los ingresos anuales promedio en esos momentos, y, (en dólares) que una persona puede esperar recibir con x años de educación antes de buscar empleo regular. Estimaron que la tasa a la cual el ingreso varía con respecto a la educación está dada por:

   $\underline{dy/dx} = 10x^{2/3}$, $4 \leq x \leq 16$, en donde y = 5872 cuando x = 9; determina y.

| | |
|---|---|
| a) $y = 4x^{5/2} + 2350$ | b) $y = 4x^{3/2} + 3431$ |
| c) $y = 4x^{2/3} + 5800$ | d) $y = 4x^{5/2} + 2450$ |
| e) $y = 4x^{5/2} + 4900$ | |

2. En la fabricación de un producto los costos fijos por semana son $4,000.00. Los costos fijos son costos como la renta y seguros que permanecen constantes con cualquier nivel de producción en un periodo dado. Si la función de costos marginales dc/dq = [0.000001 (0.002q2 – 25q) + 0.2] dq; en donde

c es el costo total (en dólares) de fabricar q libras de un producto por semana; calcula el costo de fabricar 10,000 libras en una semana.

| |
|---|
| a) $c = 0.0001 (0.02q^3/3 – 25q^2/2) + 0.2q + 400$ |
| b) $c = 0.000001 (0.002q/3 – 25q/2) + 0.2q2 + 4000$ |
| c) $c = 0.1 (2q3/3 – 25q2/2) + 0.2q + 8000$ |
| d) $c = 0.001 (0.2q2/3 – 25q2/2) + 0.2q + 200$ |
| e) $c = 0.000001 (0.002q3/3 – 25q2/2) + 0.2q + 4000$ |

3. Un grupo de biólogos estudió los efectos nutricionales observados en las ratas a las que se alimentó con una dieta que contenía el 10% de proteínas. La proteína estaba formada por yema de huevo y harina de maíz. Durante cierto tiempo el grupo descubrió que la tasa de cambio (aproximada) en el aumento promedio en peso G (en gramos) de una rata con respecto al porcentaje P de yema que contenía la mezcla de proteínas es:
$dG/dP = -(P/25) + 2$; donde $0 < P < 100$. Si $G = 38$ cuando $P = 10$; evalúa G.

| | |
|---|---|
| a) $G = P^2/50 + 2P + 20$ | b) $G = - P^4/25 + 4P + 20$ |
| c) $G = - P^2/60 + P + 25$ | d) $G = - P^2/50 + 2P + 20$ |
| e) $G = - P^2/30 + P + 20$ | |

4. Un fabricante ha decidido que la función de costo marginal es:
$dc/dq = 0.003q2 – 0.4 + 40$, en donde q es el número de unidades que se fabrican. Si el costo marginal es \$27.50 cuando q= 50 y los costos fijos son \$5000, ¿Cuál es costo promedio de elaborar 100 unidades?

| | |
|---|---|
| a) \$ 75 | b) \$ 80 |
| c) \$ 50 | d) \$100 |
| e) \$160 | |

5. En un estudio de la difusión de oxígeno en vasos capilares, se utilizaron cilindros concéntricos de radio r como modelo de vaso capilar. La concentración C de oxígeno en los vasos capilares está dada por

$$C = \int \frac{(Rr + B_1)}{(2K + r)} dr,$$

En donde R es la rapidez constante a la cual el oxígeno se difunde desde el vaso, y K y B1 son constante de integración como $B_2$.

| | |
|---|---|
| a) $Rr/K + B_2 \ln (r)^2 + B_2$ | b) $Rr^2/4 + B (r) + B^2$ |
| c) $Rr/4K + B_2 (r) + B_2$ | d) $Rr^2/4K + B_2 + B_1$ |
| e) $Rr^2/4K + B_1 \ln (r) + B_2$ | |

***IV. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta*.**

1. En cierta ciudad la tasa a la cual crece su población en cualquier momento es proporcional al tamaño de esta última. Si la población era de 125,000 en 1960 de 140,000 en 1980, ¿Cuál es la población esperada para el año 2000? Si: $N = N0e^{kt}$

| | |
|---|---|
| a) $N \approx 125000e^{0.0057t}$ | b) $N \approx 195000e^{kt}$ |
| c) $N \approx 180000e^{kt}$ | d) $N \approx 125000e^{0.57t}$ |
| e) $N \approx 125000e^{0.0057t}$ | |

2. Si después de 50 días se tiene una sustancia radioactiva, determina la constante de decrecimiento y la semivida de la sustancia. De la ecuación $N = N0e^{-\lambda t}$

| | |
|---|---|
| a) 67.82 días | b) 62.82 días |
| c) 72.90 días | d) 75 días |
| e) 80 días | |

3. Se descubre que una herramienta de madera encontrada en una excavación en el Medio Oriente tiene una razón de $C^{14}$ a $C^{12}$ de 0.6 de la razón

correspondiente en un árbol actual. Estima la antigüedad de la herramienta redondeando al centenar de años.

| | |
|---|---|
| a) 3,500 años | b) 4,000 años |
| c) 3,600 años | d) 4,500 años |
| e) 4,100 años | |

4. En cierto pueblo la población en cualquier instante cambia a una tasa que es proporcional al valor de la población. Si los habitantes eran 20000 en 1975 y 24000 en 1985, obtén una ecuación para la población en el tiempo t, en donde t es el número de años después de 1975. ¿Cuál es la población esperada en 1995?

| |
|---|
| a) $N = 28{,}800e^{30t}$; $N=28800\ (1.2)^{t-10}$; 28,800 |
| b) $N = 28{,}000e^{t}$; $N=28000\ (1.2)^{30}$; 28,800 |
| c) $N = 20{,}000e^{18}$; $N=20000\ (1.2)^{t-10}$; 28,800 |
| d) $N = 20{,}000e^{9t}$; $N=20000\ (1.2)^{t-10}$;28,800 |
| e) $N = 20{,}000e^{0.018t}$; $N=20000\ (1.2)^{t-10}$; 28,800 |

5. Si después de 100 segundos se tiene el 30% de la cantidad inicial de una muestra radioactiva, evalúa la constante de decrecimiento y la semivida del elemento.

| | |
|---|---|
| a) 30; 57.57 s | b) 0.01204; 60 s |
| c) 12.04; 57.57 s | d) 1.204; 55 s |
| e) 0.01204; 57.57 s | |

***V. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos y elige la respuesta correcta*.**

1. El costo total de producción de x relojes en una cierta planta está dada $C(x)=1500+30x+x^2$; determina la función del costo marginal.

| | |
|---|---|
| a) $C'(x) = -30 + 2x$ | b) $C'(x) = 30 + 2x$ |
| c) $C'(x) = 30 - 2x$ | d) $C'(x) = 30 + 2x^2$ |
| e) $C'(x) = -30 - 2x$ | |

2. De acuerdo a la respuesta obtenida en el reactivo 1 determina el valor del costo marginal si x = 40.

| | |
|---|---|
| a) 125 | b) 120 |
| c) 110 | d) 115 |
| e) 105 | |

3. El costo total de producción de x relojes en una cierta planta está dada $C(x)=1500+30x+x^2$; determina el costo real de fabricación de la unidad 41.

| | |
|---|---|
| a) 180 | b) 110 |
| c) 130 | d) 126 |
| e) 111 | |

4. La función de probabilidad de la duración de las llamadas telefónicas en una cierta ciudad es $f(x) = 0.4e^{-0.4x}$, donde x representa la duración en minutos de una llamada seleccionada aleatoriamente. ¿Qué porcentaje de las llamadas duran entre 1 y 2 minutos?

| | |
|---|---|
| a) 22.20 % | b) 22.05% |
| c) 22.10 % | d) 22.00 % |
| e) 22.25 % | |

5. La función de probabilidad de la duración de las llamadas telefónicas en una cierta ciudad es $f(x) = 0.4e^{-0.4x}$, donde x representa la duración en minutos de

una llamada seleccionada aleatoriamente. ¿Qué porcentaje de las llamadas duran 2 minutos o menos?

| | |
|---|---|
| a) 55.07 % | b) 55.19 % |
| c) 54.90 % | d) 55.00 % |
| e) 55.14 % | |

6. Un gran tanque parcialmente lleno con 100 galones de fluido en los cuales se disuelven 10 libras de sal. Una salmuera que contiene media libra de sal por galón se bombea dentro del tanque con una rapidez de 6 galones por minuto; la solución adecuadamente mezclada se bombea enseguida hacia fuera del tanque con una rapidez menor de 4 galones por minuto. Encuentra el número de libras de sal que hay en el tanque después de 30 minutos.

| | |
|---|---|
| a) A(t = 30) = 64.38 lb | b) A(t = 30) = 74.38 lb |
| c) A(t = 30) = 54.38 lb | d) A(t = 30) = 44.38 lb |
| e) A(t = 30) = 84.38 lb | |

7. El valor de reventa de una cierta maquinaria industrial decrece durante un periodo de 10 años a ritmo que depende de la edad de la maquinaria. Cuando la maquinaria tiene x años, el ritmo al que está cambiando su valor es de 220(x – 10) dólares por año. Si la maquinaria valía originalmente $ 12, 000,00 dólares, ¿cuánto valdrá cuando tenga 10 años?

| | |
|---|---|
| a) V(x = 10) = $ 6,000.00 dólares | b) V(x = 10) = $ 1,000.00 dólares |
| c) V(x = 10) = $ 4,000.00 dólares | d) V(x = 10) = $ 3,000.00 dólares |
| e) V(x = 10) = $ 5,000.00 dólares | |

8. Una compañía constructora renta cada departamento en p dólares al mes cuando se rentan x de ellos, y 30√ (300 – 2x). ¿Cuántos departamentos deben rentarse antes de que el Ingreso Marginal sea cero?

| | |
|---|---|
| a) 103 | b) 109 |
| c) 110 | d) 105 |
| e) 100 | |

9. En un bosque, un depredador se alimenta de las presas y la población de depredadores en cualquier instante es función del número de presas que hay en el bosque en ese momento. Supóngase que cuando hay x presas en el bosque, la población de depredadores es y, donde $y = (x^2/6) + 90$; además si han transcurrido t semanas desde que terminó la temporada de cacería donde $x = 7t + 85$. Determina a qué rapidez crece la población de depredadores a las 8 semanas de haber finalizado la temporada de cacería.

| | |
|---|---|
| ❍ a) 329 depredadores/semana | ❍ b) 319 depredadores/semana |
| ❍ c) 309 depredadores/semana | ❍ d) 299 depredadores/semana |
| ❍ e) 339 depredadores/semana | |

10. La ecuación de demanda de cierta mercancía es px = 36,000, donde se demandarán x unidades por semana cuando el precio por unidad es p dólares. Se espera que a la t semanas, donde t {0, 10}, el precio del artículo sea p, donde $30p=146+2t^{(1/3)}$. Calcula la intensidad de cambio anticipada de la demanda con respecto al tiempo en 8 semanas.

| | |
|---|---|
| ❍ a) 8 unidades por semana | ❍ b) 5 unidades por semana |
| ❍ c) -3 unidades por semana | ❍ d) -8 unidades por semana |
| ❍ e) -7 unidades por semana | |

# RESPUESTAS

## EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

| Unidad 6 | Unidad 6 | Unidad 6 |
|---|---|---|
| **I. Solución** | **II. Solución** | **III. Solución** |
| 1. **b** | 1. **a** | 1. **e** |
| 2. **e** | 2. **c** | 2. **e** |
| 3. **a** | 3. **e** | 3. **d** |
| 4. **d** | 4. **b** | 4. **b** |
| 5. **b** | 5. **d** | 5. **e** |

| Unidad 6 | Unidad 6 | |
|---|---|---|
| **IV. Solución** | **V. Solución** | |
| 1. **e** | 1. **b** | 6. **e** |
| 2. **b** | 2. **c** | 7. **b** |
| 3. **e** | 3. **e** | 8. **c** |
| 4. **e** | 4. **c** | 9. **a** |
| 5. **e** | 5. **a** | 10. **d** |

Plan 2012

2016 actualizado