Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Contaduría y Administración
Sistema Universidad Abierta y Educación a Distancia

Licenciatura en Informática

Matemáticas I (Algebra Lineal)

Cuaderno de actividades

SUAyED

COLABORADORES

DIRECTOR DE LA FCA
Dr. Juan Alberto Adam Siade

SECRETARIO GENERAL
L.C. y E.F. Leonel Sebastián Chavarría

– – – –

COORDINACIÓN GENERAL
Mtra. Gabriela Montero Montiel
Jefe de la División SUAyED-FCA-UNAM

COORDINACIÓN ACADÉMICA
Mtro. Francisco Hernández Mendoza
FCA-UNAM

– – –

COAUTORES
Act. Alberto De La Rosa Elizalde
Lic.Juan Carlos Luna Sánchez

ACTUALIZACIÓN
Mtra. Guadalupe Adriana Sánchez Ramiro
Mtra. Adriana Rodríguez Domínguez
Act. Soledad Alicia Rivera Rosales

DISEÑO INSTRUCCIONAL
Lic. Chantal Ramírez Pérez
Mayra Lilia Velasco Chacón

CORRECCIÓN DE ESTILO
L.F. Francisco Vladimir Aceves Gaytán

DISEÑO DE PORTADAS
L.CG. Ricardo Alberto Báez Caballero
Mtra. Marlene Olga Ramírez Chavero
L.DP. Ethel Alejandra Butrón Gutiérrez

DISEÑO EDITORIAL
Mtra. Marlene Olga Ramírez Chavero

Contenido

DATOS DE IDENTIFICACIÓN

Matemáticas I (Algebra Lineal)	**Clave: 1168**
Plan: 2012	Créditos: 8
Licenciatura: Informática	Semestre: 1°
Área o campo de conocimiento: Matemáticas	Horas por semana: 4
Duración del programa: semestral	Requisitos: ninguno
Tipo: Teórica Teoría: 4 Práctica: 0 Carácter: Obligatoria (x) Optativa ( )	
Seriación: Si ( ) No (x) Obligatoria ( ) Indicativa ( ) Asignatura con seriación antecedente: Ninguna Asignatura con seriación subsecuente: Ninguna	

SUGERENCIAS DE APOYO

- Trata de compartir tus experiencias y comentarios sobre la asignatura con tus compañeros, a fin de formar grupos de estudio presenciales o a distancia (comunidades virtuales de aprendizaje, a través de foros de discusión y correo electrónico, etcétera), y puedan apoyarse entre sí.
- Programa un horario propicio para estudiar, en el que te encuentres menos cansado, ello facilitará tu aprendizaje.
- Dispón de periodos extensos para al estudio, con tiempos breves de descanso por lo menos entre cada hora si lo consideras necesario.
- Busca espacios adecuados donde puedas concentrarte y aprovechar al máximo el tiempo de estudio.

Instrucciones para trabajar con el cuaderno de actividades

El programa de la asignatura consta de 7 unidades. Por cada unidad encontrarás una serie de actividades, el número de las mismas varía de acuerdo a la extensión de la unidad.

Notarás que casi todas las unidades comienzan con la elaboración de un mapa conceptual o mental, esto es con el fin de que tu primera actividad sea esquematizar el contenido total de la unidad para que tengan una mejor comprensión, y dominio total de los temas.

Te recomendamos que leas detenidamente cada actividad a fin de que te quede claro que es lo que tienes que realizar. Si al momento de hacerlo algo no queda claro, no dudes en solicitar el apoyo de tu asesor quien te indicará la mejor forma de realizar tu actividad en asesorías semipresenciales o por correo electrónico para los alumnos de la modalidad abierta, o bien para la modalidad a distancia a través de los medios proporcionados por la plataforma.

Te sugerimos (salvo la mejor opinión de tu asesor), seguir el orden de las unidades y actividades, pues ambas están organizadas para que tu aprendizaje sea gradual. En el caso de los alumnos de la modalidad a distancia, la entrega de actividades está sujeta al plan de trabajo establecido por cada asesor por lo que todo será resuelto directamente en plataforma educativa:

http://fcaenlinea1.unam.mx/licenciaturas/

La forma en que deberás responder a cada actividad dependerá de la instrucción dada (número de cuartillas, formatos, si hay que esquematizar etcétera).

Una vez que hayas concluido las actividades entrégalas a tu asesor si así él te lo solicita. Los alumnos de la modalidad a distancia, deberán realizar la actividad directamente en la plataforma educativa de acuerdo a la instrucción dada.

Te invitamos a que trabajes estas actividades con el mayor entusiasmo, pues fueron elaboradas considerando apoyarte en tu aprendizaje ésta asignatura.

Indicaciones:

Notarás que tanto los cuestionarios de reforzamiento como las actividades de aprendizaje, contienen instrucciones tales como adjuntar archivo, trabajo en foro, texto en línea, trabajo en wiki o en Blog, indicaciones que aplican específicamente para los estudiantes del SUAYED de la modalidad a distancia. Los alumnos de la modalidad abierta, trabajarán las actividades de acuerdo a lo establecido por el asesor de la asignatura en su plan de trabajo, incluyendo lo que sé y lo que aprendí.

Biblioteca Digital:

Para tener acceso a otros materiales como libros electrónicos, es necesario que te des de alta a la Biblioteca Digital de la UNAM (BIDI). Puedes hacerlo desde la página principal de la FCA http://www.fca.unam.mx/ **Alumnos, >Biblioteca >Biblioteca digital >Clave para acceso remoto >Solicita tu cuenta.** Elige la opción de Alumno y llena los campos solicitados. Desde este sitio, también puedes tener acceso a los libros electrónicos.

OBJETIVO GENERAL

Al término del curso el alumno aplicará la teoría del álgebra lineal en el planteamiento y resolución de modelos matemáticos afines al área informática.

TEMARIO OFICIAL

(64 HORAS)

	HORAS
1. Sistemas de Ecuaciones Lineales	10
2. Espacios Vectoriales	8
3. Transformaciones Lineales	8
4. Producto interno	10
5. Matrices	8
6. Determinantes	8
7. Prácticas de laboratorio	12
TOTAL	**64**

UNIDAD 1

Sistemas de ecuaciones lineales

OBJETIVO PARTICULAR

El alumno identificará los diferentes elementos que intervienen en el planteamiento y solución de ecuaciones lineales.

TEMARIO DETALLADO

(10 HORAS)

1. Sistema de ecuaciones lineales

1.1. Concepto de ecuación Lineal
1.2. Ecuaciones lineales con 2 o más incógnitas
1.3. Sistemas de *m* ecuaciones en *n* incógnitas
1.4. Eliminación Gaussiana y Gauss-Jordan
1.5. Sistemas homogéneos

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

LO QUE SÉ

Actividad en foro.

Entra al foro y realiza lo siguiente:

1. Preséntate ante tu grupo mencionando:
    a. Tu nombre
    b. Tu lugar de residencia
    c. Tu ocupación actual
2. Contesta la siguiente pregunta: de acuerdo a tu experiencia, ¿has usado las ecuaciones lineales en la solución de problemáticas en otras materias, en el trabajo o en tu vida cotidiana?
3. Lee las aportaciones de tus compañeros y comenta al menos a dos de ellas con la intención de enriquecerlas. No olvides hacerlo de manera respetuosa y evita realizar intervenciones que reflejen falta de interés en la actividad tales como: estoy de acuerdo, si, no o similares.
4. Al final de la actividad, tu asesor realizará el cierre del tema.

Si tu asignatura la trabajas fuera de plataforma educativa, entonces realiza la misma actividad en no más de una cuartilla y entrégala a tu asesor.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Unidad 1, actividad inicial. ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 1, actividad 1.** ***Adjuntar archivo***. Resuelve el siguiente sistema:

$$x + 3y = 4$$
$$2x + y = 2$$

Usando el método de:

a) Igualación

b) Sustitución

c) Eliminación

d) Gráfico

e) Gauss-Jordan

2. **Unidad 1, actividad 2.** ***Adjuntar archivo***. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

a) $x - 4y + 2w + \frac{1}{2}z = 5$

b) $2x + y - 3z = 12$

$5x - 4y + 7z = 27$

$10x + 3y - z = 40$

c) $x + y + z = 4$

$2x - 3y + 5z = -5$

$3x + 4y + 7z = 10$

3. **Unidad 1, actividad 3.** ***Adjuntar archivo***. Encuentra la solución correspondiente a los siguientes sistemas de ecuaciones lineales compatibles indeterminada, por el método de Gauss–Jordan.

   1) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1$

      $-x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2$

      $Si \to x_2 = -2$

   2) $x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -1$

      $-x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 1$

      $2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = -2$

      $Si \to x_2 = 1; \quad x_3 = \frac{1}{3}$

4. **Unidad 1, actividad 4.** ***Adjuntar archivo***. Para cada uno de los siguientes Sistemas de Ecuaciones Homogéneas, qué tipo solución admite el sistema en cada caso específico.

   1) $x - 2y + 3z - 2w = 0$

      $3x - 7y - 2z + 4w = 0$

      $4x + 3y + 5z + 2w = 0$

   2) $x + y + z = 0$

      $2x - 3y + 5z = 0$

      $3x + 4y + 7z = 0$

5. **Unidad 1, actividad 5.** ***Adjuntar archivo***. De los siguientes sistemas de ecuaciones lineales elige 5 y resuelve, indicando que tipo de solución tiene el sistema así como su gráfica.

1. -	$2x + 3y = 12$ $3x + 2y = 13$	$sol: (3, 2)$
2. -	$5x - y = 7$ $3x + 2y = 12$	$sol: (2, 3)$
3. -	$3x + y = 5$ $x - 2y = 11$	$sol: (3, -4)$
4. -	$2x + 3y = 3$ $5x - 6y = 3$	$sol: \left(1, \frac{1}{3}\right)$
5. -	$\frac{x}{2} + 3y = 1$ $x + 2y = 1$	$sol: \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$
6. -	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$ $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 12$	$sol: \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$
7. -	$\frac{5x}{2} + 3y = 1$ $\frac{3x}{2} - 3y = 15$	$sol: (4, -3)$
8. -	$2(x - y) + \frac{x-y}{3} = 3x - 1$ $x - y = 3$	$sol: \left(\frac{8}{3}, \frac{-1}{3}\right)$
9. -	$\frac{8x-3y}{4} = 9$ $3y = 12$	$sol: (6, 4)$
10.-	$\frac{2x-y}{4} = \frac{x}{4} + \frac{3}{4}$ $3x - \frac{2x-y}{5} = 5$	$sol: (2, -1)$
11.-	$y = \frac{4x}{3} + 3$ $y = \frac{2x}{3} + \frac{7}{3}$	$sol: \left(-1, \frac{5}{3}\right)$

12.-	$\frac{x}{2}+\frac{2y}{3}=\frac{1}{2}$ $\frac{5x}{4}+\frac{2y}{3}=\frac{3}{4}$	$sol: \left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$
13.-	$4x+3(y-1)=5$ $3(y-1)=2x-7$	$sol: (2,0)$

ACTIVIDAD INTEGRADORA

LO QUE APRENDÍ

Adjuntar archivo.

I. Después de haber estudiado los temas correspondientes contesta lo siguiente:

a. ¿Qué tema se me dificultó más?
b. ¿Por qué se me dificultó este tema?
c. ¿Qué acciones me ayudaron a comprender ese tema?

Adjunta tu archivo para recibir retroalimentación de tu asesor.

II. Resolver los siguientes ejercicios

a. La diferencia de dos números A y B es 14; además se tiene que un cuarto de su suma da como resultado 13. Determina los valores de dichos números.
b. Durante una aventura ecoturística un bote navega por un río recorre 15 km en un tiempo de una hora y media a favor de la corriente en la ida y luego 12 km en 2 horas contra la corriente en la vuelta. Determina la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad del río.
c. Se tiene que la suma de tres números A, B y C es 160. Donde un cuarto de la suma del mayor y el mediano equivale al menor

disminuido en 20, y si a un medio de la diferencia entre el mayor y el menor se suma el número de en medio, el resultado es 57.

d. Hace 8 años la edad de J era el triple que la edad de P; y dentro de cuatro años la edad de J será los 5/9 de la edad de P. Determine los valores de las edades actuales de J y P.

CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

Adjuntar archivo. ***Responde las siguientes preguntas*.**

1. ¿Cómo es la ecuación de una línea recta en el plano x y?
2. Escribe la forma general de una ecuación lineal en varias variables.
3. Anota una ecuación lineal y menciona por qué es lineal.
4. ¿Qué se entiende por solución de una ecuación lineal?
5. ¿Qué significa resolver una ecuación?
6. ¿A qué se le llama sistema de ecuaciones?
7. ¿Cuándo un sistema es inconsistente?
8. ¿Cuándo es consistente?
9. ¿Cuántas soluciones puede tener un sistema de ecuaciones?
10. ¿Qué significa que un sistema está en forma triangular o forma escalonada?

EXAMEN PARCIAL

(de autoevaluación)

I.- Elige la respuesta correcta para las siguientes preguntas.

1).Encuentra la solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss-Jordan.

$$2x + 3y = 9$$
$$4x + 2y = 18$$

a) $x = \frac{9}{2}; y = 1$	b) $x = 4.5; y = 0$
c) $x = 0; y = 4$	d) $x = 0; y = \frac{9}{2}$

2). Al resolver el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de Gauss-Jordan, se obtiene.

$$3x_1 + 2x_2 = 7$$
$$4x_1 - 2x_2 = 0$$

a) $x_1 = 1;\ x_2 = 2$	b) $x_1 = 0; x_2 = 1$
c) $x_1 = -7;\ x_2 = 14$	d) $x_1 = 2;\ x_2 = 1$

3). Al resolver el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de sustitución, se obtiene:

$$3x_1 + 4x_2 = 12$$
$$2x_1 + 2x_2 = 2$$

a) $x_1 = 0;\ x_2 = 10$	b) $x_1 = -10;\ x_2 = 10$
c) $x_1 = -8;\ x_2 = 9$	d) $x_1 = -9;\ x_2 = 8$

4). Resuelva el sistema de ecuaciones, utilizando el método de Gauss-Jordan y elige la respuesta correcta:

$$4x + 8y + z = 2$$
$$x + 7y - 3z = -14$$
$$2x - 3y + 2z = 3$$

a) $x = 3; y = -1; z = -6$	b) $x = -3; y = 1; z = 6$
c) $x = -3; y = -1; z = -6$	d) $x = -3; y = -1; z = 6$

5). Encuentre la solución general con el método de Gauss para el siguiente sistema:

$$2x + 3y - z = 0$$
$$-x + 5y + 2z = 0$$

a) $(3w;\ -3w;\ w)$	b) $(\frac{1}{3}w;\ -3w;\ w)$
c) $(\frac{11}{13}w;\ -\frac{3}{13}w;\ \ w)$	d) $(\frac{11}{13}w;\ -\frac{3}{13}w;\ -w)$

6). Cruceros Arco Iris cobra 800 dólares por adulto y 400 dólares por niño por un boleto de viaje redondo. Los registros muestran que cierto fin de semana, 1000 personas abordaron el crucero el sábado y 800 personas el domingo. Los ingresos totales del sábado fueron de \$ 640,000 y \$ 480,000 el domingo. ¿Cuántos adultos y niños abordaron el crucero esos días?

a) $adultos = 1000;\ \ niños = 800$	b) $adultos = 1000;\ \ niños = 700$
c) $adultos = 1000;\ \ niños = 900$	d) $adultos = 1200;\ \ niños = 900$

7). Para el estreno de teatro se vendieron 1000 boletos. Los asientos de platea costaron $ 80, los de orquesta, $ 60, y los de galería, $ 50. El número combinado de boletos vendidos para platea y orquesta excedían por 400 del doble de los boletos vendidos de galería. El total de ingresos para esa función fue de $ 62 800. ¿Cuántos boletos se vendieron de cada uno?

- a) $platea = 200;\ \ orquesta = 250;\ \ galería = 550$
- b) $platea = 210;\ \ orquesta = 240;\ \ galería = 550$
- c) $platea = 210;\ \ orquesta = 250;\ \ galería = 540$
- d) $platea = 240;\ \ orquesta = 560;\ \ galería = 200$

8). Elige la respuesta correcta al siguiente problema

Se tiene 6 lb de café 5 lb de azúcar cuyo coste fue de 2.27 dólares y posteriormente 5lb de café y 4 de azúcar a los mismos precios costaron 1.88 dólares. Hallar el precio de cada libra de café y cada libra de azúcar.

a) $café = 0.40;\ \ azúcar = 0.08$	b) $café = 0.32;\ \ azúcar = 0.07$
c) $café = 0.35;\ \ azúcar = 0.06$	d) $café = 0.40;\ \ azúcar = 0.07$

9). Una Compañía de artículos varios quiere producir 3 tipos de recuerdos: los tipos A, B y C. Para fabricar un recuerdo tipo A se necesitan dos minutos en la máquina I, un minuto en la máquina II y dos minutos en la máquina III; un recuerdo o souvenir tipo B, un minuto en la máquina I, tres minutos en la máquina II y uno en la III; y un recuerdo de tipo C, un minuto en la máquina I y dos minutos en cada una de las máquinas II y III. Hay tres horas disponibles en la máquina I, cinco horas disponibles en la máquina II y cuatro horas en la máquina III para procesar un pedido. ¿Cuántos recuerdos de cada tipo debe fabricar la compañía ahora utilizar todo el tiempo disponible?

- a) $recuerdo\ A = 35;\ \ recuerdo\ B = 49;\ \ recuerdo\ C = 60$
- b) $recuerdo\ A = 35;\ \ recuerdo\ B = 48;\ \ recuerdo\ C = 60$
- c) $recuerdo\ A = 36;\ \ recuerdo\ B = 48;\ \ recuerdo\ C = 60$
- d) $recuerdo\ A = 36;\ \ recuerdo\ B = 49;\ \ recuerdo\ C = 60$

RESPUESTAS

EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

UNIDAD 1
I. Solución
1. **b**
2. **d**
3. **c**
4. **b**
5. **c**
6. **a**
7. **d**
8. **b**
9. **c**

UNIDAD 2

Espacios vectoriales

OBJETIVO PARTICULAR

El alumno identificará los elementos y propiedades de los espacios vectoriales.

TEMARIO DETALLADO

(8 HORAS)

2. Espacios vectoriales

2.1 Vectores en el plano
2.2 El productor vectorial y las proyecciones en R^2 y R^3
2.3 Vectores en el espacio
2.4 Subespacio vectorial
2.5 Combinaciones lineales
2.6 Independencia lineal
2.7 Bases y dimensión

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

LO QUE SÉ

Actividad en foro.

Entra al foro y realiza lo siguiente:

1. Contesta lo siguiente: de acuerdo a tus conocimientos previos realiza una definición de vector y de espacio vectorial.
2. Lee las aportaciones de tus compañeros y comenta al menos a dos de ellas con la intención de enriquecerlas. No olvides hacerlo de manera respetuosa y evita realizar intervenciones que reflejen falta de interés en la actividad tales como: estoy de acuerdo, si, no o similares y traten de llegar a una definición en común.
3. Al final de la actividad, tu asesor realizará el cierre del tema.

Si tu asignatura la trabajas fuera de plataforma educativa, entonces realiza la misma actividad en no más de una cuartilla y entrégala a tu asesor.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Unidad 2, actividad inicial. ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 2, actividad 1.** ***Adjuntar archivo***. Para los siguientes ejercicios determine si es Linealmente Independiente o es Linealmente Dependiente de acuerdo a lo que se pide en cada uno de las siguientes afirmaciones:
   a. El Conjunto de Vectores de R^3 $B = \{(1,0,-2),(-4,2,0),(0,2,-4)\}$ es Linealmente Independiente o Linealmente Dependiente.
   b. El Conjunto de Vectores de R^3 $A = \{(1,2,1),(3,1,5)\}$ es Linealmente Independiente o Linealmente Dependiente.
   c. El Conjunto de Vectores de R^3 $B = \{(1,2,1),(3,1,5),(3,-4,7)$ es Linealmente Independiente o Linealmente Dependiente.
   d. El Conjunto de Vectores de R^3 $C = \{(0,0,0),(1,1,1)\}$ es Linealmente Independiente o Linealmente Dependiente.
2. **Unidad 2, actividad 2**. ***Adjuntar archivo***. Resuelve los siguientes ejercicios:
   a. El Conjunto de Vectores de R^3 $B = \{(1,-2,-3),(3,2,1)\}$, entonces su dimensión es:
   b. El Conjunto de Vectores de R^3 $A = \{(0,1,-2),(1,-1,1),(1,2,1),$ entonces su dimensión es:
3. **Unidad 2, actividad 3**. ***Adjuntar archivo***. Responde los siguientes ejercicios:

a. Probar si el conjunto de vectores $u = (-2, 3, -3)$, $v = (3, -1, 9)$, $w = (3, 5, 10)$, es una base de R^3.
b. Considérense los Vectores $a = (3, 0, -2)$ y $b = (4, 1. -1)$; entonces, la Combinación Lineal de a y b está dada por el Vector $c = -a + 2b$; por lo tanto, es: $(5, 2, 0)$
c. Considérense los Vectores $a = (3, 0)$ y $b = (4, 1)$, y los escalares 2 y 4, respectivamente; entonces, un Generador del conjunto de V es: $(22, -4)$.
d. Considérense los Vectores $a = (3, 0, 1)$ y $b = (4, 1, 2)$, y los escalares 2 y 4, respectivamente; entonces, un Generador del conjunto de V es: $(22, 4, 10)$.
e. Considérense los Vectores $a = (3, 0, -2)$ y $b = (4, 1, -1)$, entonces la Combinación Lineal de a y b está dada por el Vector $c = a + 2b$; por lo tanto, es: $(11, -2, 4)$.
f. Considérense los Vectores $a = (3, 0, -2)$ y $b = (4, 1, -1)$; entonces la Combinación Lineal de a y b está dada por el Vector $c = 2a + 2b$; por lo tanto, es: $(4, 2, -6)$.

ACTIVIDAD INTEGRADORA

LO QUE APRENDÍ

Adjuntar archivo.

Después de haber estudiado los temas correspondientes contesta lo siguiente:

a. ¿Qué tema se me dificultó más?
b. ¿Por qué se me dificultó este tema?
c. ¿Qué acciones me ayudaron a comprender ese tema?

Adjunta tu archivo para recibir retroalimentación de tu asesor.

I. Resolver los siguientes ejercicios

1. En el siguiente caso: sean los Vectores $\boldsymbol{a} = (\boldsymbol{-5}, \boldsymbol{8})$ y $\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{1}, \boldsymbol{1})$; determinar la $\boldsymbol{proj_b a}$, **y la** $\boldsymbol{proj_a b}$
2. El Ángulo entre dos Vectores es de 120º. Si $|\boldsymbol{a}| = \boldsymbol{3}$ y $|\boldsymbol{b}| = \boldsymbol{4}$. Calcular: $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}$; $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$; $\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{b}$
3. En el siguiente caso: sean los Vectores $\boldsymbol{a} = (\boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \boldsymbol{-3})$ y $\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{0}, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{1})$; determinar la $\boldsymbol{proj_a b}$ y la $\boldsymbol{proj_b a}$
4. Un Vector $\boldsymbol{c}$ tiene como módulo 52 y es perpendicular común a los Vectores $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{4i} + \boldsymbol{3j}$ y $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{4i} + \boldsymbol{6j} + \boldsymbol{k}$; entonces las componentes de dicho Vector son:

5. Usando el Producto Vectorial determinar si son paralelos los Vectores $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{3i - j - 2k}$ y $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{-9i + 3j + 6k}$.
6. Determina si el Conjunto $\boldsymbol{A}$; donde $\boldsymbol{A} = \{(\boldsymbol{1}, \boldsymbol{y}) \mid \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{R}\}$ es un Sub-espacio del Espacio Vectorial $\boldsymbol{R^2}$.
7. Del siguiente Conjunto $\boldsymbol{A} = \{(\boldsymbol{1}, \boldsymbol{-3}, \boldsymbol{2}), (\boldsymbol{2}, \boldsymbol{4}, \boldsymbol{1}), (\boldsymbol{3}, \boldsymbol{1}, \boldsymbol{3}), (\boldsymbol{1}, \boldsymbol{1}, \boldsymbol{1})\}$; una Base de $\boldsymbol{R^3}$ es:
8. Para qué valor de $\boldsymbol{k}$ el Vector $\boldsymbol{u} = (\boldsymbol{1}, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{5})$ de $\boldsymbol{R^3}$. será una Combinación Lineal de los Vectores $\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{1}, \boldsymbol{-3}, \boldsymbol{2})$ y $\boldsymbol{w} = (\boldsymbol{2}, \boldsymbol{-1}, \boldsymbol{1})$.
9. Sea $\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{ax^3 + 2ax^2 + 3bx + b} \mid \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{R}\}$; un Espacio Vectorial sobre el campo de los Números Reales. Determinar una Base y la Dimensión de dicho Espacio Vectorial.
10. Considera a $\boldsymbol{G} = \{(\boldsymbol{1}, \boldsymbol{t^2}, \boldsymbol{t})\}$; como una Base del Espacio Vectorial $\boldsymbol{P} = \{\boldsymbol{at^2 + bt + c} \mid \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{R}\}$, definido sobre $\boldsymbol{R}$. Entonces el Vector de Coordenadas de $\boldsymbol{p(t)} = \boldsymbol{3t^2 + 2}$ en la Base $\boldsymbol{G}$ es:

CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

Adjuntar archivo. ***Responde las siguientes preguntas.***

1. Explica el concepto de vector.
2. ¿Qué es el producto vectorial?
3. Explica con un ejemplo a qué valor se llega cuando los vectores son paralelos al aplicar el Producto Cruz.
4. ¿Qué es la Proyección *a* en dirección *b*?
5. ¿En qué consiste la última propiedad de los espacios vectoriales?
6. ¿Qué es la dimensión de un espacio vectorial?
7. ¿Qué es un espacio vectorial?
8. ¿Qué es un sub-espacio vectorial?
9. ¿Qué es la independencia lineal?
10. ¿Qué es la dependencia lineal?

EXAMEN PARCIAL

(de autoevaluación)

I.- Elige la respuesta correcta para las siguientes preguntas.

Para los siguientes casos determinen la Magnitud de los siguientes Vectores en el Plano.

1). Sea el Vector $\boldsymbol{A} = (\mathbf{1}, \mathbf{5})$; entonces su Magnitud es:

❍ a) $2\sqrt{12}$	❍ b) $\sqrt{24}$
❍ c) $\sqrt{26}$	❍ d) $2\sqrt{13}$
❍ e) 26	

2). Sea el Vector $\boldsymbol{B} = (\mathbf{1}, -\mathbf{7})$; entonces su Magnitud es:

❍ a) $7\sqrt{3}$	❍ b) $\sqrt{47}$
❍ c) $5\sqrt{3}$	❍ d) $\sqrt{48}$
❍ e) $5\sqrt{2}$	

3). Sean los Vectores $\boldsymbol{C} = (\mathbf{2},\ \mathbf{3})$; $\boldsymbol{D} = (\mathbf{6},\ \mathbf{7})$; y $\boldsymbol{E} = (\mathbf{7},\ \mathbf{5})$. Los cuales son los lados de un Triángulo; entonces la Magnitud de cada vector es:

❍ a) $\lvert C\rvert = \sqrt{13}\,;\ \lvert D\rvert = \sqrt{85}\,;\ \lvert E\rvert = \sqrt{74}$	❍ b) $\lvert C\rvert = \sqrt{28}\,;\ \lvert D\rvert = \sqrt{117}\,;\ \lvert E\rvert = \sqrt{14}$
❍ c) $\lvert C\rvert = \sqrt{27}\,;\ \lvert D\rvert = \sqrt{119}\,;\ \lvert E\rvert = \sqrt{14}$	❍ d) $\lvert C\rvert = \sqrt{30}\,;\ \lvert D\rvert = \sqrt{120}\,;\ \lvert E\rvert = \sqrt{14}$
❍ e) $\lvert C\rvert = \sqrt{13}\,;\ \lvert D\rvert = \sqrt{86}\,;\ \lvert E\rvert = 6\sqrt{2}$	

4). Determine si los Vectores del Reactivo 3 conforman un Triángulo Rectángulo:

❍ a) si	❍ b) no

5). Sea el Vector $\boldsymbol{F} = (\mathbf{-6},\ \mathbf{8})$; entonces su Magnitud es:

a) 14	b) 12
c) 11	d) 10
e) 13	

6). El Ángulo que forman los Vectores $\boldsymbol{A} = (\mathbf{3}, \mathbf{0}, \mathbf{1})$ y $\boldsymbol{B} = (\mathbf{6}, \mathbf{-2}, \mathbf{0})$; es igual a:

a) $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{9}{10}\right)$	b) $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{9}{11}\right)$
c) $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{9}{12}\right)$	d) $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{9}{13}\right)$
e) $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{9}{14}\right)$	

7). Sean los Vectores $\boldsymbol{A} = (\mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{6})$ y $\boldsymbol{B} = (\mathbf{-4}, \mathbf{-2}, \mathbf{3})$, entonces la Proyección Ortogonal de A sobre B $(\boldsymbol{proj_B A})$ es igual a:

a) $(2, 3, 6)$	b) $(-2, 1, 9)$
c) $(8, 12, 24)$	d) $(-6, -5, -3)$
e) $(6, 5, 3)$	

8). Un conjunto no vacío U de un Espacio Vectorial V sobre F es un Sub-espacio de V si, y sólo si U es cerrado con respecto a la multiplicación escalar y a la adición vectorial definidas sobre V.

a) si	b) no

9). En el Espacio Vectorial $\boldsymbol{V}$ sobre $\boldsymbol{R^3}$, $\boldsymbol{U}$ es generado por $\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{A} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{-1})\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{B} = (\mathbf{2}, \mathbf{-3}, \mathbf{2})\}$ $(\boldsymbol{gen\ S} = \boldsymbol{U})$ y $\boldsymbol{W}$ es generado por $\boldsymbol{P} = \{\boldsymbol{C} = (\mathbf{4}, \mathbf{1}, \mathbf{3})\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{D} = (\mathbf{-3}, \mathbf{1}, \mathbf{2})\}$ $(\boldsymbol{gen\ P} = \boldsymbol{W})$. ¿Son $\boldsymbol{U}$ y $\boldsymbol{W}$ idénticos Sub-espacios de $\boldsymbol{V}$?

a) si	b) no

II.- Elige la respuesta correcta a las siguientes preguntas.

1). El Conjunto de Vectores de $\boldsymbol{R^3 A} = \{(\mathbf{1}, -\mathbf{2}, \mathbf{3}), (\mathbf{3}, -\mathbf{6}, \mathbf{9})\}$, entonces su dimensión es:

❍ a) 1	❍ b) 2
❍ c) 3	❍ d) 4
❍ e) 5	

2). El Conjunto de Vectores de $\boldsymbol{R^3 B} = \{(\mathbf{1}, -\mathbf{2}, -\mathbf{3}), (\mathbf{3}, \mathbf{2}, \mathbf{1})\}$, entonces su dimensión es:

❍ a) 1	❍ b) 2
❍ c) 3	❍ d) 4
❍ e) 5	

3). Conjunto de Vectores de $\boldsymbol{R^3 A} = \{(\mathbf{0}, \mathbf{1}, -\mathbf{2}), (\mathbf{1}, -\mathbf{1}, \mathbf{1}), (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{1})\}$, entonces su dimensión es:

❍ a) 3	❍ b) 1
❍ c) 2	❍ d) 4
❍ e) 5	

RESPUESTAS

EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

Unidad 2	
I.Solución	**II. Solución**
1. **c**	1. **c**
2. **e**	2. **c**
3. **a**	3. **a**
4. **b**	
5. **d**	
6. **a**	
7. **c**	
8. **a**	
9. **b**	

UNIDAD 3

Transformación lineal

OBJETIVO PARTICULAR

El alumno conocerá los elementos, propiedades y la representación matricial de las transformaciones lineales

TEMARIO DETALLADO

(8 HORAS)

3. Transformación lineal

3.1 Definición y ejemplos
3.2 Propiedades: imagen y Kernel
3.3 Representación matricial de una transformación lineal
3.4 Isomorfismos

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

LO QUE SÉ

Adjuntar archivo.

Considera la siguiente situación:

Un despacho de auditoría cuenta con tres tipos de clientes (A, B y C) para conseguir clientes se realizan en general tres tipos de actividades: reuniones de trabajo, comidas y cotizaciones. El número de actividades que en promedio se realizan para captar un cliente se muestra a continuación.

Número de actividades para captar un cliente

	Tipo de cliente		
Actividad	A	B	C
Reuniones de trabajo	3	2	20
Comidas	1	3	10
Cotizaciones	7	4	2

Para este año se ha fijado como meta captar diez clientes de tipo A, ocho de tipo B y tres de tipo C.

Contesta lo siguiente:

1. ¿Cuántas actividades tendrán que realizarse en caso de cumplir con la meta?
2. Con el empleo de vectores intenta expresar la relación existente entre la meta y el número de actividades.
3. Adjunta tu actividad en un archivo y súbelo a la plataforma para recibir retroalimentación de tu asesor.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Unidad 3, actividad inicial. ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 3, actividad 1.** ***Adjuntar archivo***. Resuelve los siguientes ejercicios:
   a. En Geometría Analítica Plana la conocida rotación de ejes en un ángulo $\boldsymbol{\alpha}$ es una Transformación Lineal de $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{R}^{2} \rightarrow \boldsymbol{R}^{2}$ en sí misma. Ahora analiza la siguiente relación, e indica si es Lineal o No lineal, y justifica tu respuesta.
   $\boldsymbol{T}\ (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \rightarrow (\boldsymbol{x} \cos \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{y} \sin \boldsymbol{\alpha},\ \ \boldsymbol{x} \sin \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{y} \cos \boldsymbol{\alpha})$
   b. Sea la siguiente Transformación $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{R}^{2} \rightarrow \boldsymbol{R}^{2}$ definida por $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (|\boldsymbol{x}|, \boldsymbol{y})$. Es Lineal o es No Lineal:
   c. Sea la siguiente Transformación $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{R}^{3} \rightarrow \boldsymbol{R}^{3}$ definida por $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = \boldsymbol{2x},\ \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z},\ \boldsymbol{0})$. Es Lineal o es No Lineal:
   d. Sea la siguiente Transformación $\boldsymbol{S}: \boldsymbol{R}^{2} \rightarrow \boldsymbol{R}^{2}$ definida por $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{x}^{2})$. Es Lineal o es No Lineal:
   e. Sea la siguiente Transformación $\boldsymbol{S}: \boldsymbol{R}^{3} \rightarrow \boldsymbol{R}^{3}$ definida por $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = (-\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y},\ \boldsymbol{1})$. Es Lineal o es No Lineal:

2. **Unidad 3, actividad 2.** ***Adjuntar archivo*.** Resuelve los siguientes ejercicios.
   a. Sea la siguiente Transformación Lineal $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^3$ definida por $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = (\boldsymbol{2x},\ \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z},\ \boldsymbol{0})$ Determinar el Recorrido y su Dimensión Correspondiente.
   b. Sea la siguiente Transformación Lineal $\boldsymbol{S}: \boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^3$ definida por $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = (\boldsymbol{x} + \boldsymbol{2y} - \boldsymbol{z},\ \boldsymbol{y} + \boldsymbol{3z},\ -\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} + \boldsymbol{4z})$. Determinar su Recorrido y su Dimensión Correspondiente.
   c. Sea la siguiente transformación Lineal que comprende el siguiente Espacio Vectorial $\boldsymbol{V} = \{\boldsymbol{ax}^2 + \boldsymbol{bx} + \boldsymbol{c}\ |\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b},\ \boldsymbol{a}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{R}\}$ Aplíquese el Operador Derivada $\left(\frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{dx}}\right)$ sobre los elementos de $\boldsymbol{V}$ y Determinar el Recorrido y su Dimensión Correspondiente.
   d. Sea la siguiente Transformación Lineal $\boldsymbol{S}: \boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^2$ definida por $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = (\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{3y})$. Determinar el Recorrido y su Dimensión Correspondiente.
   e. Sea la siguiente Transformación Lineal $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^2$ definida por $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}) = (\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y})$. Determinar el Recorrido y su Dimensión Correspondiente.

3. **Unidad 3, actividad 3**. ***Adjuntar archivo*.** Resuelve los siguientes ejercicios.
   a. Considérese a resolver la siguiente Ecuación Matricial $\boldsymbol{2BAX} - \boldsymbol{2CX} = \boldsymbol{D}$; donde las Matrices $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ y $\boldsymbol{D}$ son las siguientes:

   $$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{1} \quad -\boldsymbol{1}] \qquad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{2} \\ \boldsymbol{1} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{1} & -\boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{1} & \boldsymbol{1} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{1} \\ -\boldsymbol{1} \end{bmatrix}$$

   Entonces la Matriz $\boldsymbol{X}$ vale:
   b. Sean $\boldsymbol{B} = \{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2\}$ y $\boldsymbol{E} = \{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2\}$ dos Bases de $\boldsymbol{R}^2$; relacionadas por: $\boldsymbol{b}_1 = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{2e}_2$ y $\boldsymbol{b}_2 = -\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2$ y sea la Transformación Lineal $\boldsymbol{S}: \boldsymbol{R}^2 \to \boldsymbol{R}^2$ tal que $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{e}_1) = \boldsymbol{b}_1$ y $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{e}_2) = \boldsymbol{b}_2$. Entonces las Matrices $\boldsymbol{MB}^{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{S})$ y $\boldsymbol{ME}^{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{S})$ son:

c. Sea $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{R}^{3} \rightarrow \boldsymbol{R}^{4}$ elige la regla de correspondencia de la transformación $\boldsymbol{T}$ con la siguiente Matriz Asociada $\boldsymbol{M}$, justifica tu respuesta.

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{bmatrix}$$

A. $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})=\{\boldsymbol{x}-\mathbf{4}\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{y}+\boldsymbol{x},\ \mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{2}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z},\ \boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}\}$

B. $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})=\{\boldsymbol{x}+\mathbf{4}\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{y}-\boldsymbol{x},\ \mathbf{2}\boldsymbol{x}+\mathbf{2}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z},\ \boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}\}$

C. $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})=\{\boldsymbol{x}+\mathbf{4}\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{y}-\boldsymbol{x},\ \mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{2}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z},\ \boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}\}$

D. $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})=\{\boldsymbol{x}+\mathbf{4}\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{y}+\boldsymbol{x},\ \mathbf{2}\boldsymbol{x}-\mathbf{2}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z},\ \boldsymbol{y}-\boldsymbol{z}\}$

d. Indica cuál es la dimensión del Núcleo y la dimensión del Recorrido que corresponde a la información presentada el inciso $\boldsymbol{c}$ (arriba), justifica tu respuesta.

A. $\boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{T}(\boldsymbol{R}^{3})=\mathbf{3};\ \boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{N}(\boldsymbol{T})=\mathbf{1}$

B. $\boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{T}(\boldsymbol{R}^{3})=\mathbf{4};\ \boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{N}(\boldsymbol{T})=\mathbf{2}$

C. $\boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{T}(\boldsymbol{R}^{3})=\mathbf{4};\ \boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{N}(\boldsymbol{T})=\mathbf{1}$

D. $\boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{T}(\boldsymbol{R}^{3})=\mathbf{3};\ \boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{N}(\boldsymbol{T})=\mathbf{0}$

E. $\boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{T}(\boldsymbol{R}^{3})=\mathbf{4};\ \boldsymbol{Dim}\ \boldsymbol{N}(\boldsymbol{T})=\mathbf{1}$

4. **Unidad 3, actividad 4.** ***Adjuntar archivo*.** Resuelve los siguientes ejercicios.

a. Sea la siguiente Transformación $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{R}^{2} \rightarrow \boldsymbol{R}^{2}$ definida por $\boldsymbol{T}(\mathbf{1},\mathbf{0})=(\mathbf{0},-\mathbf{2})$. Es Lineal o es No Lineal:

b. Sea la siguiente Transformación $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{R}^{2} \rightarrow \boldsymbol{R}^{2}$ definida por $\boldsymbol{T}(\mathbf{1},\mathbf{0})=(\mathbf{0},-\mathbf{3})$. Es Lineal o es No Lineal:

c. De acuerdo a la Transformación Lineal $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{V} \rightarrow \boldsymbol{W}$ definida en el inciso $\boldsymbol{c}$, si seleccionamos las siguientes Bases para $\boldsymbol{V}\ \ \boldsymbol{y}\ \ \boldsymbol{W}:\ \boldsymbol{A}=\{\boldsymbol{x}^{2},\boldsymbol{x},\mathbf{1}\}$ y $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$

Entonces la Matriz Asociada a T es:

5. **Unidad 3, actividad 5.** ***Adjuntar archivo*****.** Para cada uno de los siguientes casos determine si es Falso o Verdadero:
   a. El término Isomorfismo significa Etimológicamente: De Igual Forma.
   b. En general la sustitución de los elementos de un Conjunto $\boldsymbol{A}$ por los elementos de un Conjunto $\boldsymbol{B}$ puede hacerse mediante la función $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{A} \leftrightarrow \boldsymbol{B}$
   c. Cuando la función $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}$ es biyectiva entonces los elementos de $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ se encuentran en relación uno a uno.
   d. Un grupo constituido por el conjunto $\boldsymbol{S}$ de Matrices Simétricas de orden dos con elementos en $\boldsymbol{R}$ y el Conjunto $\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{3}}$ de las ternas ordenadas de números reales; es isomorfo.

ACTIVIDAD INTEGRADORA

LO QUE APRENDÍ

Adjuntar archivo.

Después de haber estudiado los temas correspondientes contesta lo siguiente:

a. ¿Qué tema se me dificultó más?
b. ¿Por qué se me dificultó este tema?
c. ¿Qué acciones me ayudaron a comprender ese tema?

I. Resolver los siguientes ejercicios

1. Considera el Espacio Vectorial $\boldsymbol{V}$ sobre $\boldsymbol{R}$ formado por las Matrices de Orden 3. Si se define la Transformación $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{R}$ donde $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{A}) = \mathbf{det}(\boldsymbol{A})$ para todo $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{V}$. Entonces la Transformación es lineal o no lineal:
2. Para la Transformación Lineal $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{V} \to \boldsymbol{V}$ donde $\boldsymbol{V} = \{\boldsymbol{a}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c} \mid \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{R}\}$ Además se conoce que: $\boldsymbol{T}(\mathbf{2}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} + \mathbf{5}\boldsymbol{x}) = \mathbf{3}\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}$; $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} - \mathbf{1}) = -\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}} - \mathbf{1}$; $\boldsymbol{T}(\mathbf{4}) = \mathbf{4}$ Entonces la regla de Asociación de $\boldsymbol{T}$ es:
3. En el Espacio $\boldsymbol{C}^{\mathbf{2}}$ donde $\boldsymbol{C}^{\mathbf{2}} = \{\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{C}\}$ definido sobre el campo de los números reales, y la Transformación Lineal $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{C}^{\mathbf{2}} \to \boldsymbol{C}^{\mathbf{2}}$ definida por: $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{i}, \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}\boldsymbol{i}) = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{d}\boldsymbol{i}, \boldsymbol{c} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{i})$ para todo $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d} \in \boldsymbol{R}$. Entonces la Matriz Asociada a la Transformación $\boldsymbol{T}$ referida a la Base $\boldsymbol{B} = \{(\mathbf{2}, \mathbf{0}), (\mathbf{1} - \boldsymbol{i}, \mathbf{0}), (\boldsymbol{i}, -\mathbf{2}), (\mathbf{1}, \mathbf{2}\boldsymbol{i} + \mathbf{4})\}$, es:

4. Para la Transformación Lineal $\boldsymbol{T}: \boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{P}$ donde $\boldsymbol{P} = \{\boldsymbol{a}\boldsymbol{x}^{2} + \boldsymbol{b}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c} \mid \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \boldsymbol{R}\}$ y definida por: $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{f}) = \boldsymbol{f}' + \boldsymbol{f}$ para todo $\boldsymbol{f} \in \boldsymbol{P}$. Entonces la Transformación Inversa de $\boldsymbol{T}$ es:
5. Sea $(\boldsymbol{S}, \odot, \boxdot)$ un anillo, donde $\boldsymbol{S} = \{(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \mid \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{Q}\}$ y $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \odot (\boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}) = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c},\ \boldsymbol{b} + \boldsymbol{d})$ para todo $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}), (\boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}) \in \boldsymbol{S}$; así como $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \boxdot (\boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}) = (\boldsymbol{ac}, \boldsymbol{bd})$. Y sea $(\boldsymbol{E}, +, *)$ otro anillo donde $\boldsymbol{E} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\sqrt{\boldsymbol{2}} \mid \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{Q}\}$ donde (+) y $(*)$ son la adición y la multiplicación comunes para números reales, respectivamente. Entonces la función biyectiva $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{S} \rightarrow \boldsymbol{E}$ definida por $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}\sqrt{\boldsymbol{2}}$ para todo $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) \in \boldsymbol{S}$ es un isomorfismo sí o no:

CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

Adjuntar archivo. ***Responde las siguientes preguntas*.**

1. ¿Cuál es el concepto transformación lineal?
2. ¿Qué es un isomorfismo?
3. ¿Qué es el Kernel de una transformación lineal?
4. ¿Qué es el núcleo de una transformación lineal?
5. Describe un ejemplo de una matriz que represente una transformación lineal.

EXAMEN PARCIAL

(de autoevaluación)

Elige la respuesta correcta para las siguientes preguntas.

1). Considérese la Transformación Lineal $T: R^3 \to R^2$ definida por $T(x, y, z) = (x + 2y,\ 3x - z)$. Entonces el valor de la Matriz A asociada con T tal que el producto de ésta por cualquier vector del dominio que proporcione la imagen de dicho Vector bajo la Transformación Lineal $\{Av = T(v)\}$ es:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{bmatrix}$	

2). Sea la Transformación Lineal $S: R^3 \to R^{\#}$ la cual está definida por: $S(x, y, z) = \{3x + y, 6x - z, 2y + z\}$ y considerando las imágenes de la Base Canónica. Entonces el valor de la Matriz Asociada $M(S)$ correspondiente es:

a) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$	

3). Sea el Espacio Vectorial $V = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \ \in R\}$ de todos los polinomios con coeficientes reales de grado menor que tres y el Espacio Vectorial definido por:

$$W = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \ donde\ a, b, c \ \in R$$

Entonces la Transformación Lineal $T: V \to W$; está definida por:

a) $\begin{bmatrix} 2a+c & 3b \\ 4b & 2a+2c \end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix} a+c & 3b \\ 4b & 2a+2c \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} a+c & 4b \\ 4b & 2a+2c \end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix} a+c & 4b \\ 3b & 2a+2c \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} a+c & 3b \\ 3b & 2a+2c \end{bmatrix}$	

4). De acuerdo a la Transformación Lineal $T: V \to W$ definida en el Reactivo 3, si seleccionamos las siguientes Bases para V y W: $A = \{x^2, x, 1\}$ y

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Entonces la Matriz Asociada a T es:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	

5). De acuerdo a la Matriz Asociada de T obtenida en el Reactivo 4 si se requiere utilizarla para obtener la imagen del Vector $V = 3x^2 - 2x + 4$; entonces ésta es:

a) $\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 14 & 7 \end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 7 & 14 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 6 & 14 \end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 14 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} -7 & -6 \\ -6 & 14 \end{bmatrix}$	

RESPUESTAS

EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

UNIDAD 3
I. Solución
1. **a**
2. **c**
3. **e**
4. **b**
5. **d**

UNIDAD 4

Producto interno

OBJETIVO PARTICULAR

El alumno conocerá las diferentes aplicaciones del producto interno.

TEMARIO DETALLADO

(10 HORAS)

4. Producto interno

4.1 Ortogonalidad
4.2 Aplicaciones del producto interno

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

LO QUE SÉ

Adjuntar archivo.

Considera la situación del despacho de auditoría planteada en la actividad diagnóstica de la unidad anterior. Supóngase que para este año se estima que una reunión de trabajo tenga un costo de $4,000, una comida $6,000 y una cotización $2,000.

1. ¿Cuál debe ser el presupuesto total destinado para alcanzar la meta?
2. Con el empleo de vectores intenta expresar el presupuesto que se requiere para cumplir la meta.
3. Además de las unidades, ¿cuál es la principal diferencia del tipo de resultado entre la actividad diagnóstica de esta unidad respecto a la de la anterior?

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Unidad 4, actividad inicial. ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 4, actividad 1.** ***Adjuntar archivo.*** Resuelve los siguientes ejercicios. Encuentra el producto interno de los siguientes vectores:

   A. $\boldsymbol{i} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3})$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{j} = (\mathbf{3}, \mathbf{3}, \mathbf{3})$ B. $\boldsymbol{i} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{1})$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{j} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3})$

   C. $\boldsymbol{i} = (\mathbf{2}, \mathbf{0}, \mathbf{3})$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{j} = (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{0})$ D. $\boldsymbol{i} = (\mathbf{2}, \mathbf{2}, \mathbf{2})$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{j} = (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{2})$

   E. $\boldsymbol{i} = (\mathbf{2}, \mathbf{0}, \mathbf{1})$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{j} = (\mathbf{2}, \mathbf{1}, \mathbf{1})$

2. **Unidad 4, actividad 2.** ***Adjuntar archivo.*** Resuelve los siguientes ejercicios.
   A. Comprueba si los siguientes vectores son ortogonales :
      a. $\boldsymbol{u} = (\mathbf{5}, \mathbf{10})$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{v} = (\mathbf{3}, \mathbf{6})$
      b. $\boldsymbol{u} = (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{4})$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{v} = (\mathbf{4}, \mathbf{3}, -\mathbf{1})$
      c. $\boldsymbol{u} = (\mathbf{1}, \mathbf{1}, -\mathbf{2})$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{v} = (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{2})$
   B. Determine todos los valores del escalar k para que los dos vectores sean ortogonales.
   $$u = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ y } v = \begin{bmatrix} k+1 \\ k-1 \end{bmatrix}$$
   C. Proyecte $\boldsymbol{u}$ sobre $\boldsymbol{v}$ siendo:
      a. $\boldsymbol{u} = (\mathbf{4}, \mathbf{2})$ $\boldsymbol{v} = (\mathbf{3}.\mathbf{0})$
      b. $\boldsymbol{u} = (\mathbf{3}, \mathbf{2}, \mathbf{5})$ $\boldsymbol{v} = (\mathbf{4}, \mathbf{2}, \mathbf{0})$
   D. Encuentre la proyección de $\boldsymbol{v} = (\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3})$ sobre $\boldsymbol{u} = \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}\right)$

E. Encuentre el ángulo que forman los vectores:

a. $\boldsymbol{u} = (\mathbf{4}, \mathbf{8})$ y $\boldsymbol{v} = (\mathbf{2}, -\mathbf{3})$
b. $\boldsymbol{u} = (\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{2})$ y $\boldsymbol{v} = (\mathbf{2}, \mathbf{4}, -\mathbf{4})$
c. $\boldsymbol{A} = (\mathbf{3}, \mathbf{0}, \mathbf{1})$ y $\boldsymbol{B} = (\mathbf{6}, \mathbf{0}, \mathbf{0})$

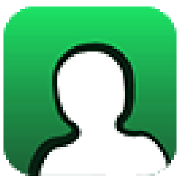
F. Dados los siguientes puntos $\boldsymbol{A} = (\mathbf{2}, \mathbf{1})$, $\boldsymbol{B} = (\mathbf{6}, \mathbf{2})$, $\boldsymbol{C} = (\mathbf{3}, \mathbf{5})$ que forman un triángulo, calcule:

a. Los ángulos internos del triángulo
b. La longitud de los lados
c. El área del triángulo, usando la proyección de vectores para encontrar la altura del triángulo.

G. Utilice el proceso de Gram-Schmidt para transformar la base $\boldsymbol{S} = \{(\mathbf{1}, \mathbf{2}), (-\mathbf{3}, \mathbf{4})\}$ de $\boldsymbol{R}^{\mathbf{2}}$ en una base ortonormal.

ACTIVIDAD INTEGRADORA

LO QUE APRENDÍ



Adjuntar archivo.

Después de haber estudiado los temas correspondientes contesta lo siguiente:

a. ¿Qué tema se me dificultó más?
b. ¿Por qué se me dificultó este tema?
c. ¿Qué acciones me ayudaron a comprender ese tema?

Adjunta tu archivo para recibir retroalimentación de tu asesor.

I. Resolver los siguientes ejercicios

Aplicando el Proceso de Gram-Schmidt determina si la Base Ortonormal obtenida en cada uno de los casos es o no es:

1. Sean los Vectores $\boldsymbol{v_1} = (\mathbf{1}, \mathbf{0}, -\mathbf{1})$; $\boldsymbol{v_2} = (-\mathbf{2}, \mathbf{1}.\mathbf{1})$ *y* $\boldsymbol{v_3} = (-\mathbf{1}, \mathbf{1}.\mathbf{0})$. La Base Ortonormal es:

$$\boldsymbol{B} = \left\{ \left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}, \mathbf{0}\,, -\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}} \right), \left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{6}}}, \frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{3}}, -\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{6}}} \right) \right\}$$

2. Sean los Vectores $\boldsymbol{v_1} = (\mathbf{1},\ \boldsymbol{i},\ \mathbf{0})$ *y* $\boldsymbol{v_2} = (\mathbf{1},\ \mathbf{2},\ \mathbf{1}-\boldsymbol{i})$.

   La Base Ortonormal es:

$$\boldsymbol{B} = \left\{\left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}},\frac{\boldsymbol{i}}{\sqrt{\mathbf{2}}},\mathbf{1}\right),\left(\frac{\mathbf{1}+\mathbf{2}\boldsymbol{i})}{\mathbf{18}},\frac{\mathbf{2}-\boldsymbol{i}}{\mathbf{18}},\mathbf{0}\right)\right\}$$

3. Considérese la Base usual del Espacio Euclidiano de Dimensión en $\boldsymbol{R^3}$:

   $\boldsymbol{W} = \{\boldsymbol{e_1} = (\mathbf{1},\mathbf{0},\mathbf{0});\ \ \boldsymbol{e_1} = (\mathbf{0},\mathbf{1},\mathbf{0});\ \ \boldsymbol{e_3} = (\mathbf{0},\mathbf{0},\mathbf{1})\}$

   Entonces una Base Ortonormal es:

   $\boldsymbol{W} = \{(\boldsymbol{e_1},\boldsymbol{e_2},\boldsymbol{e_3})\ \ \ \boldsymbol{de}\ \boldsymbol{R^3}\}$

4. El Vector Unitario Ortonormal *a* $\boldsymbol{v_1} = (\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{2})$; $\boldsymbol{v_2} = (\mathbf{0},\mathbf{1},\mathbf{3})$ *es:*

$$\boldsymbol{v} = \left\{\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{11}}},-\frac{\mathbf{3}}{\sqrt{\mathbf{11}}},\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{11}}}\right\}$$

5. Sean $\boldsymbol{T_1}: \boldsymbol{R^2} \to \boldsymbol{R}$ y $\boldsymbol{T_2}: \boldsymbol{R^2} \to \boldsymbol{R}$; definidas por $\boldsymbol{T_1}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{x}+\mathbf{2}\boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{T_2}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \mathbf{3}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}$.

   Entonces $\mathbf{2}\boldsymbol{T_1}-\mathbf{5}\boldsymbol{T_2}$ es igual a:

   $\mathbf{2}\boldsymbol{T_1}-\mathbf{5}\boldsymbol{T_2} = -\mathbf{13}\boldsymbol{x}+\mathbf{9}\boldsymbol{y}$

CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

Adjuntar archivo. ***Responde las siguientes preguntas*.**

1. ¿Qué significa producto interno?
2. ¿Con qué otro nombre se conoce al producto interno?
3. ¿En qué consiste el proceso de Gram-Schmidt?
4. ¿Qué se obtiene en el proceso de Gram-Schmidt?
5. Da un ejemplo de vectores ortogonales de dos dimensiones.
6. Da un ejemplo de vectores ortogonales de tres dimensiones.
7. Da un ejemplo de vectores orto normal de dos dimensiones.
8. Explica con un ejemplo de vectores ortonormales de tres
9. Explica el concepto de ortogonalidad.
10. Define el concepto de ortonormalidad.

EXAMEN PARCIAL

(de autoevaluación)

Elige la respuesta correcta para las siguientes preguntas.

1. Encuentra el valor de m de tal forma que los vectores $a = (3, 1, 2)$ y $b = (-2, m, 1)$ sean ortogonales.

a) 2	b) 5
c) 4	d) 6
e) 7	

2. Dos vectores a y b son ortogonales si y solo si $\mathrm{a} \cdot \mathrm{b} = 0$

a) si	b) no

3. Encuentra el producto interno $a \cdot b$ de los siguientes vectores: $a = (2, 1, 1)$ y $b = (3, -1, -2)$.

a) -3	b) 5
c) 4	d) 6
e) 3	

4. Encuentra el producto interno $a \cdot c$ de los siguientes vectores:

$a = (2, 1, 1)$ y $c = (-1, 4, 5)$.

a) 8	b) 9
c) 11	d) 7
e) 12	

5. Encuentra el producto interno $3a \cdot 2c$ de los siguientes vectores:

$a = (2, 1, 1)$ y $c = (-1, 4, 5)$

a) -42	b) -43
c) -41	d) -40
e) 42	

RESPUESTAS

EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

UNIDAD 4
I.Solución
1. **c**
2. **a**
3. **e**
4. **d**
5. **e**

UNIDAD 5

Matrices

OBJETIVO PARTICULAR

El alumno identificará las propiedades de una matriz y realizará operaciones con matrices

TEMARIO DETALLADO

(8 HORAS)

5. Matrices

5.1 Operaciones con matrices
5.2 Inversa y traspuesta de una matriz cuadrada

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

LO QUE SÉ

Adjuntar archivo.

Con el empleo de vectores intenta expresar el siguiente sistema de ecuaciones:

$$2x + 6y = 4$$

$$3x - 2y = 2$$

¿Qué ventaja tiene expresar los sistemas de ecuaciones como propones?

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Unidad 5, actividad inicial. ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. **Unidad 5, actividad 1.** ***Adjuntar archivo*.** Resuelve los siguientes ejercicios.
   a. Realiza las operaciones indicadas, refiérase a las siguientes matrices:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 6 & -2 \\ -2 & 9 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 8 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 9 & 1 & 9 \\ 0 & 4 & 3 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -5 \\ 1 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

      1. $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} =$
      2. $\boldsymbol{C} + \boldsymbol{D} =$

2. **Unidad 5, actividad 2.** ***Adjuntar archivo*.** Resuelve los siguientes ejercicios.
   Sean las Matrices.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -3 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ 5 & -1 & -4 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Para cada uno de las siguientes Matrices determina su Inversa:

I. Determina $\boldsymbol{A+B}$.

II. Determina $\boldsymbol{3A-4B}$.

III. Determina $\boldsymbol{AC}$

IV. Obtén el $\boldsymbol{3AD}$

V. Determina $\boldsymbol{BD}$

3. **Unidad 5, actividad 3.** ***Adjuntar archivo*****.** Resuelve los siguientes ejercicios.

Sean las Matrices:

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&0&2\\2&-1&3\\4&1&8\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}-1&2&-3\\2&1&0\\4&-2&5\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}2&1&-1\\0&2&1\\5&2&-3\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}3&2\\7&5\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}2&-3\\1&3\end{bmatrix}$$

Para cada uno de las siguientes Matrices Cuadradas determina su Inversa:

a) Determina $\boldsymbol{A^{-1}}$.

b) Determina $\boldsymbol{B^{-1}}$.

c) Determina $\boldsymbol{C^{-1}}$.

d) Determina $\boldsymbol{D^{-1}}$.

e) Determina $\boldsymbol{E^{-1}}$.

4. **Unidad 5, actividad 4.** ***Adjuntar archivo.*** Resuelve los siguientes ejercicios: Indica si las siguientes aseveraciones son verdaderas (V) o falsas (F).

   Sean las Matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

a) $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 8 \end{bmatrix}$	a. Verdadero b. Falso
b) $B^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	a. Verdadero b. Falso
c) $C^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$	a. Verdadero b. Falso
d) $D^T = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$	a. Verdadero b. Falso
e) La Matriz $E^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ es la Transpuesta de E.	a. Verdadero b. Falso

5. **Unidad 5, actividad 5.** ***Adjuntar archivo.*** Encuentra la solución correspondiente a los siguientes Sistemas de Ecuaciones Lineales Compatibles Indeterminados, por el Método de Gauss-Jordan.

   1. $2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 4$

      $x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 - x_5 = 1$

      $-2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 5x_5 = -3$

      $Si\ \ x_2 = a = 3; \quad x_4 = b = 4; \quad x_5 = c = -1$

2. $\boldsymbol{x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -1}$

   $\boldsymbol{-x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 1}$

   $\boldsymbol{2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = -2}$

   $\boldsymbol{Si\ \ x_2 = a = 1;\quad x_3 = b = \frac{1}{3}}$

3. $\boldsymbol{x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1}$

   $\boldsymbol{-x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2}$

   $\boldsymbol{Si\, X_2 = a = -2}$

4. $\boldsymbol{2x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -1}$

   $\boldsymbol{4x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 2}$

   $\boldsymbol{Si\ \ x_1 = a = \frac{1}{2}}$

5. $\boldsymbol{2x - y - kz = 0}$

   $\boldsymbol{x - y - 2z = 1}$

   $\boldsymbol{-x + 2y - 0z = K}$

ACTIVIDAD INTEGRADORA

LO QUE APRENDÍ

Adjuntar archivo.

Después de haber estudiado los temas correspondientes contesta lo siguiente:

a. ¿Qué tema se me dificultó más?
b. ¿Por qué se me dificultó este tema?
c. ¿Qué acciones me ayudaron a comprender ese tema?

I. Resolver el siguiente ejercicio

Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 7$$

$$3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 4$$

$$4x_1 + 8x_2 + 6x_3 = 9$$

$$2x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 6$$

Realiza lo siguiente:

a. Expresa el sistema en la forma matricial $Ax = b$
b. Multiplica ambos lados de la ecuación obtenida en el inciso anterior por A^T
c. Calcula la matriz inversa de $A^T A$ y multiplica ambos lados de la ecuación obtenida en el inciso anterior por ésta.
d. ¿Cuál es la solución del sistema?

CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

Adjuntar archivo. ***Responde las siguientes preguntas*.**

1. ¿Qué es una matriz?
2. ¿Qué se entiende por entrada de una matriz?
3. ¿Qué indican los números *m* y *n*?
4. ¿Dónde se ubica la entrada a_{58}?
5. ¿Qué característica tiene una matriz cuadrada?
6. ¿Cuáles son los elementos de la diagonal de una matriz cuadrada?
7. ¿Cómo se realiza la suma de matrices?
8. Escribe una matriz cero de *3X2*.
9. ¿Qué es un escalar?
10. Define el producto de un escalar por una matriz.
11. ¿Qué significa que la suma de matrices sea conmutativa?
12. Si A es una matriz rxt y B es una matriz txq, entonces la matriz C que resulta del producto AB, ¿qué dimensión tiene?
13. ¿Es la multiplicación de matrices conmutativa? ¿Por qué?
14. ¿Qué condiciones debe cumplir una matriz para ser llamada matriz identidad?
15. ¿Qué es una matriz transpuesta?
16. Da un ejemplo de una matriz transpuesta de 4x4.

17. ¿Cómo se lleva a cabo la multiplicación de dos matrices?
18. ¿Cuáles son las características que deben tener las matrices a multiplicar?
19. ¿Cuántos renglones y columnas tiene el resultado de multiplicar dos matrices?
20. ¿Qué es la matriz inversa?
21. ¿A que es igual el producto de una matriz A por su inversa A^{-1}?

EXAMEN PARCIAL

(de autoevaluación)

Elige la respuesta correcta para las siguientes preguntas.

Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Encuentre la solución correspondiente a los siguientes Operaciones entre Matrices de acuerdo a lo que se pide:

1. Determine $A + B$:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} -1 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	

2. Determine $A + (B + C)$:

a) $\begin{bmatrix} -1 & -4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$	b) $\begin{bmatrix} -1 & -4 & 2 \\ -1 & -5 & 3 \end{bmatrix}$
c) $\begin{bmatrix} -1 & 4 & 2 \\ -1 & -5 & 3 \end{bmatrix}$	d) $\begin{bmatrix} -1 & 4 & 4 \\ -1 & -5 & 3 \end{bmatrix}$
e) $\begin{bmatrix} -1 & 4 & 4 \\ -1 & -5 & 3 \end{bmatrix}$	

3. Determine $A + 0$:

a) A^{-1}	b) 0
c) $-A$	d) $-A^{-1}$
e) A	

Sean las Matrices:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ $\qquad B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$

4. Obtener el AB:

❍ a) $\begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 16 & 8 \end{bmatrix}$	❍ b) $\begin{bmatrix} 17 & -2 \\ -2 & -18 \end{bmatrix}$
❍ c) $\begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 16 & -8 \end{bmatrix}$	❍ d) $\begin{bmatrix} -4 & 8 \\ -16 & -8 \end{bmatrix}$
❍ e) $\begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 16 & -8 \end{bmatrix}$	

5. Determinar $\frac{1}{2}\,A + 3B$:

❍ a) $\begin{bmatrix} \frac{19}{2} & 11 \\ -23 & -2 \end{bmatrix}$	❍ b) $\begin{bmatrix} \frac{19}{2} & 11 \\ 23 & -2 \end{bmatrix}$
❍ c) $\begin{bmatrix} \frac{19}{2} & -11 \\ -23 & -2 \end{bmatrix}$	❍ d) $\begin{bmatrix} \frac{19}{2} & -11 \\ 23 & 2 \end{bmatrix}$
❍ e) $\begin{bmatrix} \frac{19}{2} & 11 \\ 23 & 2 \end{bmatrix}$	

RESPUESTAS

EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

UNIDAD 5
I. Solución
1. **a**
2. **e**
3. **e**
4. **b**
5. **d**

UNIDAD 6

Determinantes

OBJETIVO PARTICULAR

El alumno conocerá las propiedades y aplicaciones de las determinantes

TEMARIO DETALLADO

(8 HORAS)

6. Determinantes

6.1 Definiciones y propiedades
6.2 Regla de Kramer
6.3 Eigenvalores, eigenvectores

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

LO QUE SÉ

Adjuntar archivo.

Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$3x_1 + 5x_2 = 12$$

$$4x_1 - 8x_2 = 8$$

Realiza lo siguiente:

1. Expresa el sistema de ecuaciones en la forma matricial $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$
2. Con los valores de la matriz A realiza la siguiente operación: $a_{11} * a_{22} - a_{12} * a_{21}$
3. Sustituye la primera columna de la matriz A por el vector $\boldsymbol{b}$ y con esta nueva matriz realiza la operación $a_{11} * a_{22} - a_{12} * a_{21}$
4. Sustituye la segunda columna de la matriz A por el vector $\boldsymbol{b}$ y con esta nueva matriz realiza la operación $a_{11} * a_{22} - a_{12} * a_{21}$
5. El resultado de la pregunta 3 divídelo entre el resultado de la pregunta 2
6. El resultado de la pregunta 4 divídelo entre el resultado de la pregunta 2
7. Resuelve el sistema de ecuaciones por cualquier método y compara los resultados.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Unidad 6, actividad inicial. ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. Unidad 6, actividad 1. ***Adjuntar archivo***. Resuelve los siguientes ejercicios.

a. Determina A por la Regla de Sarrus. $A = \begin{vmatrix} 14 & -6 & 4 \\ 4 & -5 & 12 \\ -21 & 9 & -6 \end{vmatrix}$

b. Determina $|A|$ si… $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$

c. Determina A por la Regla de Sarrus. $A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

2. Unidad 6, actividad 2. ***Adjuntar archivo***. Resuelve los siguientes ejercicios. Encuentra la solución correspondiente a los siguientes Determinantes por la Regla de Sarrus.

a. Sea $A = \begin{vmatrix} a & b \\ -2 & 6 \end{vmatrix}$ b. Sea $B = \begin{vmatrix} a^2 & a \\ 2a & b \end{vmatrix}$ c. Sea $C = \begin{vmatrix} a^2 & a^2 \\ 2a & b \end{vmatrix}$

3. Unidad 6, actividad 3. ***Adjuntar archivo***. Resuelve los siguientes ejercicios. Encuentra la solución correspondiente a los siguientes Sistemas de Ecuaciones Lineales Compatibles Determinados, aplicando la Regla de Kramer.

a. $2x + y - 3z = 12$
$5x - 4y + 7z = 27$
$10x + 3y - z = 40$

b. $x + y + z = 4$
$2x - 3y + 5z = -5$
$3x + 4y + 7z = 10$

c. $x + 4y - z = 6$
$2x + 5y - 7z = -9$
$3x - 2y + z = 2$

4. Unidad 6, actividad 4. ***Adjuntar archivo***. Encuentra la solución correspondiente a los siguientes Determinantes por el Método de cálculo que se te pide:

a) Por la Cofactores. $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$

b) Por Cofactores o Condensación. $A = \begin{vmatrix} -1 & 1 & -5 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$

c) Por Cofactores. $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 & 2 \\ 4 & -6 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 6 & -7 & 1 \end{vmatrix}$

ACTIVIDAD INTEGRADORA

LO QUE APRENDÍ

Adjuntar archivo.

Después de haber estudiado los temas correspondientes contesta lo siguiente:

a. ¿Qué tema se me dificultó más?
b. ¿Por qué se me dificultó este tema?
c. ¿Qué acciones me ayudaron a comprender ese tema?

I. Resolver el siguiente ejercicio

Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 7$$
$$3x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 6$$
$$6x_1 + 8x_2 - 6x_3 = 9$$

1. Resuelve el sistema de ecuaciones utilizando la regla de Kramer.
2. Calcula los eigenvalores y eigenvectores de la matriz A asociada al sistema de ecuaciones.

CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

Adjuntar archivo. ***Responde las siguientes preguntas.***

1. ¿Qué significado tiene la palabra ‘determinante?
2. ¿Cuáles son las propiedades de un determinante?
3. Desarrolla un ejemplo de un determinante igual a cero.
4. Desarrolla un ejemplo de un determinante mayor a cero.
5. Desarrolla un ejemplo de un determinante menor a cero.
6. Explica cómo se lleva el cálculo de un determinante por el método de Sarrus.
7. Da un ejemplo de un eingevalor a partir de una matriz de 2x2.
8. Da un ejemplo de un eingevalor a partir de una matriz de 3x3.
9. Da un ejemplo de un eingevector a partir de una matriz de 2x2.
10. Da un ejemplo de un eingevector a partir de una matriz de 3x3.

EXAMEN PARCIAL

(de autoevaluación)

I.- Elige la respuesta correcta para las siguientes preguntas.

Encuentra la solución correspondiente a las siguientes Determinantes de cada Matriz.

1. Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

a) -2	b) 3
c) -3	d) 4
e) 3	

2. Sea $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

a) -4	b) -3
c) -2	d) 1
e) 3	

3. Dada la Matriz A; cuyo determinante es igual a 12, entonces el valor de k es:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & k \end{bmatrix}$$

a) -12	b) 13
c) 12	d) 11
e) -10	

4. El valor del Determinante de $D = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$

a) -11	b) 10
c) -12	d) -9
e) -13	

5. El valor del Determinante de $E = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$

a) -5	b) 6
c) -7	d) 4
e) -4	

II. -Relaciona ambas columnas

( ) 1. Método que se aplica solamente a Determinantes de Segundo y Tercer Orden.	a) Eingevalores
( ) 2. El factor que multiplica al elemento en el desarrollo del Determinante por el Método de Cofactores se denomina:	b) Segundo Orden
( ) 3. Para calcular el valor de un Determinante empleando el método de Sarrus cuando se efectúa el producto de los elementos de la diagonal principal y a este se resta el producto de los elementos de la diagonal secundaria, entonces se dice que el Determinante es de:	c) Tercer Orden
( ) 4. El método donde el Determinante definido se utiliza para resolver los Sistemas de Ecuaciones Lineales se llama:	d) Permutaciones
( ) 5. Son valores que se restan a la diagonal de una matriz, para que su valor sea igual a cero.	e) Sarrus
( ) 6. Para calcular el valor de un Determinante empleando el método de Sarrus en donde a este se añaden las dos primeras filas en la parte inferior, para efectuar la suma de los productos de los elementos de la diagonal principal y de las dos diagonales paralelas a ella; y se restan los productos de los elementos de la diagonal secundaria y de las dos paralelas a ella, entonces se dice que el Determinante es de:	f) Eingevectores
( ) 7. Los diferentes arreglos que se pueden hacer de un conjunto finito de elementos se llaman:	g) Cofactor
( ) 8. Son vectores asociados a matrices los cuales se obtienen con la ayuda de los Eigenvalores.	h) Kramer

RESPUESTAS

EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

Unidad 6	
I. Solución	**II. Solución**
1. **a**	1. **e**
2. **e**	2. **g**
3. **c**	3. **b**
4. **b**	4. **h**
5. **d**	5. **a**
	6. **c**
	7. **d**
	8. **f**

UNIDAD 7

Prácticas en laboratorio

OBJETIVO PARTICULAR

El alumno resolverá problemas de álgebra lineal utilizando software.

TEMARIO DETALLADO

(12 HORAS)

7. Prácticas en laboratorio

7.1 Caso práctico Sistema de Ecuaciones Lineales
7.2 Caso práctico de Vectores
7.3 Caso práctico de Transformaciones lineales
7.4 Caso práctico de Producto Interno
7.5 Caso práctico de Matrices
7.6 Caso práctico de Determinantes

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

LO QUE SÉ

Actividad en foro.

Entra al foro y realiza lo siguiente:

1. Contesta lo siguiente: ¿El software que hasta el momento he aprendido a manejar en la carrera me es suficiente para resolver problemas de Álgebra Lineal?
2. Lee las aportaciones de tus compañeros y comenta al menos a dos de ellas con la intención de enriquecerlas. No olvides hacerlo de manera respetuosa y evita realizar intervenciones que reflejen falta de interés en la actividad tales como: estoy de acuerdo, si, no o similares.
3. Al final de la actividad, tu asesor realizará el cierre del tema.

Si tu asignatura la trabajas fuera de plataforma educativa, entonces realiza la misma actividad en no más de una cuartilla y entrégala a tu asesor.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Unidad 7, actividad inicial. ***Adjuntar archivo.*** A partir del estudio de la bibliografía específica sugerida, elabora un mapa conceptual u organizador gráfico con los temas de la unidad. Puedes auxiliarte de algunos programas como Mindjet MindManager.

1. Unidad 7, actividad 1. ***Adjuntar archivo***. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen utilizando los pasos vistos en el tema ecuaciones lineales.

a. Un inversor obtuvo el primer año de su negocio una utilidad igual a la mitad de su capital invertido en dicho negocio y tuvo egresos por $ 6,000.00 por gastos diversos. Durante el segundo año obtuvo una utilidad igual a la mitad de lo que tenía, así como tuvo gastos por $ 6,000.00. Posteriormente en el transcurso del tercer año tuvo una utilidad igual a la mitad de lo que tenía, así como gastos por $6,000.00. Si el monto que tiene hasta ese momento es de $ 32, 250.00. ¿Cuál fue la inversión inicial con la que empezó el negocio?
b. Un comerciante empleó una inversión inicial de $1, 910.00; para comprar su mercancía consistente en la adquisición de 50 trajes con costos unitarios de $ 40.00 y $ 35.00 cada uno. Determina la cantidad de trajes que adquirió con respecto a cada uno de los costos unitarios.
c. Un padre de familia le compra tres juguetes a su hijo consistente en un Potro, un Coche y un Perro. El Perro le costó $ 20.00; mientras que el Caballo y el Perro le costaron el triple que el Coche; el Perro y el Coche

costaron (3/5) partes de lo que costó el Caballo. Determina el costo del Caballo y el Coche.

d. Se tiene un terreno en forma rectangular con un perímetro de 58 metros. Si el largo aumenta en 2 metros y el ancho disminuye en 2 metros. Además se sabe que el Área del mismo disminuye en 46 metros cuadrados. Determina las dimensiones del terreno rectangular.

e. Dos apostadores tenían inicialmente $ 54.00 y $ 32.00 cada uno respectivamente. Posteriormente ambos ganaron una misma cantidad de dinero; cuya suma de lo que ahora tienen ambos excede en $ 66.00 al cuádruple de lo que ganó cada uno. Determina la cantidad que ganó cada uno de los apostadores.

2. Unidad 7, actividad 2. ***Adjuntar archivo***. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen utilizando los pasos vistos en el tema Vectores.

a) Supóngase que se tienen dos productos diferentes que ofrece un fabricante con las siguientes condiciones: Del Producto 1 se producen 1, 000 unidades a un precio de venta de $ 3.80 cada uno, con un costo unitario de $ 1.30. Del Producto 2 se producen 1, 200 unidades a un precio de venta de $ 3.20 cada uno con un costo unitario de $ 1.20. Por lo tanto la utilidad total de cada uno ellos es:

b) Un comerciante empleo una Inversión Inicial con el fin de comprar 34 trajes un costo unitario de $ 40.00 y 16 trajes con u costo unitario de $ 35.00; sabiendo que estos los vende a un 25 % y 10 % arriba de su costo. Determina la utilidad que le genera cada uno de los trajes.

c) Determina la Utilidad Total que obtendría el fabricante por la venta de sus dos productos; de acuerdo a la información proporcionada en el Reactivo 1.

d) Determina la Utilidad Total que obtendría el comerciante por la venta de todos los trajes; de acuerdo a la información proporcionada en el Reactivo 2.

e) Dos apostadores tenían inicialmente $ 54.00 y $ 32.00 cada uno respectivamente. Posteriormente ambos ganaron una misma cantidad de dinero; cuya suma de lo que ahora tienen ambos excede en $ 66.00 al cuádruple de lo que ganó cada uno. Determina la cantidad que ganó cada uno de los apostadores.

3. Unidad 7, actividad 3. ***Adjuntar archivo***. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen utilizando los pasos vistos en el tema Transformación lineal.

a) Se requieren para una dieta cuando menos 16 unidades de carbohidratos y 20 de proteína. El alimento 1 provee dos unidades de carbohidratos y cuatro de proteínas y el alimento 2 provee dos unidades de carbohidratos y una de proteína. Si el alimento 1 tiene un costo de $ 1.20 los 100 gramos y el alimento 2 cuesta $ 0.80 los 100 gramos. ¿Cuál es la cantidad de cada tipo de alimento que reduce el costo al mínimo?

   Supóngase que el precio de los Productos A, B y C está dados por la Matriz de Precios:

b) Si se aumentaran los precios en 10 %; y p_1 vale 10, p_2 vale 8 y p_3 vale 11; se puede obtener la Matriz de los nuevos precios multiplicando P ¿por qué escalar? y ¿cuáles son esos precios?

c) Una empresa produce dos tipos de artículos A y B, en dos máquinas distintas que son 1 y 2. Para el artículo A la Máquina 1 requiere 2 horas y la Máquina 2 requiere 4 horas y la Utilidad es de $ 4.00. Mientras que para el artículo B la Máquina 1 requiere 4 horas y la Máquina 2 requiere 4 horas y la Utilidad es de $ 6.00. Si las máquinas pueden funcionar durante 24 horas. ¿Cuál es la utilidad máxima?

d) Una fábrica produce un producto de Café mezclando tres tipos de granos. El peso por libra y las libras disponibles de cada grano son las siguientes: Para el Grano 1 el costo por libra son $ 0.50 con 500 libras disponibles. Para el grano 2 el costo por libra es de $ 0.70 con 600 libras disponibles; mientras que para el Grano 3 el costo por libra es de $ 0.45 y 400 libras disponibles. Se utilizan pruebas de los productos de Café con los consumidores para obtener evaluaciones en un escala de 0 a 100, en donde las calificaciones altas son señal de mayor calidad. Los estándares de calidad para los productos mezclados exigen una calificación del aroma, por parte de los consumidores, de cuando menos 75, y una calificación de los consumidores para el sabor, de cuando menos 80. Las calificaciones individuales para el aroma y para el sabor del Café que se fabrica con el 100 % de cada grano son las siguientes: Para el Grano 1 la calificación de aroma es de 75 y la calificación de sabor 86. Para el Grano 2 es de 85 y 88 respectivamente. Para el Grano 3 es de 60 y 75 respectivamente. Puede suponerse que los atributos de aroma y de sabor de la mezcla de Café son un promedio ponderado de los atributos de los granos que se utilizan en la mezcla. Determina ¿cuál es la mezcla de costo mínimo que satisface los estándares de calidad y produce mil libras del producto de Café mezclado?

e) De acuerdo a la información proporcionada en el problema del Reactivo 4. Determina el costo por libra de la mezcla de Café.

4. Unidad 7, actividad 4. ***Adjuntar archivo***. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta:

a) Supóngase que una Empresa desea colocar tres productos, de un total de 500 unidades; las cuales se distribuyen de la siguiente manera: 200 unidades corresponden al Producto 1; 150 unidades al Producto 2 y el resto al Producto 3. La Utilidad Esperada de cada uno de los productos es la siguiente: Para el Producto 1 se espera una utilidad de $ 2.00; mientras que para el Producto 2 se espera una utilidad de $ 1.50 y finalmente para el Producto 3 se espera una utilidad de $ 0.50. Determine la Utilidad Total esperada.

b) Una Empresa desea comprar dos Elementos Básicos de la Materia Prima de un Producto Alimenticio; el elemento básico 1 cuesta $ 0.75 por libra y se requieren 1, 000 libras; mientras que el Elemento Básico 2 cuesta $ 1.20

por libra y se requieren 2, 000 libras. Determine el Costo Total de los dos Elementos Básicos requeridos para el Producto Alimenticio.

c) Una Casa de Bolsa; realiza la colocación de una cartera contemplada por tres instrumentos de inversión cuyo rendimiento por título operado es el siguiente: Para el Instrumento 1 se obtuvo un rendimiento de $ 0.2456 por título; mientras que para el Instrumento 2 se obtuvo un rendimiento de $ 0.3456 por título y finalmente para el Instrumento 3 se obtuvo un rendimiento de $ 0.5452 por título; si participaron en la colocación 5, 000 títulos para el Instrumento 1 mientras que para el Instrumento 2 se colocaron 8, 000 títulos y finalmente para el Instrumento 3 se colocaron 10, 000 títulos. Determine el Rendimiento Total generado en la operación considerando que todos los títulos empezaron en la misma fecha y vencieron en la misma fecha.

d) Una Empresa decide colocar dos Productos de Cereal entre su mercado de consumo referido a mujeres; de un total de 100, 000 unidades de Producto Terminado decide colocar el 45 % para el Producto 1 y el resto para el Producto 2; la Utilidad Esperada para el Producto 1 es de $ 2.34; mientras que para el Producto 2 es de $ 2.56. Determine la Utilidad Total obtenida por la Empresa.

e) Un Almacén distribuye dos Productos de la siguiente forma: 4, 000 unidades corresponden al Producto 1 y 6, 000 unidades corresponden al Producto 2. El Producto 1 tiene un Costo Unitario de $ 5, 556.80; mientras que el Producto 2 tiene un Costo Unitario de $ 6, 880.90; el Producto 1 se vende a $ 8, 543.90 cada uno; mientras que el Producto 2 se vende a $ 10, 456.90 cada uno; los gastos administrativos del producto 1 son de $150.00; mientras que los del Producto 2 son de $ 300.00. Determine la Utilidad Operativa Total del Almacén.

5. Unidad 7, actividad 5. ***Adjuntar archivo***. Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen.

a) Considérese una Economía Hipotética y Simplificada que tiene tres industrias que son del carbón, la electricidad y el acero respectivamente; y tres consumidores 1, 2 y 3 respectivamente. Además supóngase que cada consumidor puede tomar parte de la producción de cada industria y a su vez cada industria puede tomar parte de la producción de cada una de las otras. La información previamente explicada se muestra en las siguientes matrices como sigue:

$$D_1 = [3 \quad 2 \quad 5] \qquad D_C = [0 \quad 1 \quad 4]$$
$$D_2 = [0 \quad 17 \quad 1] \qquad D_E = [20 \quad 0 \quad 8]$$
$$D_3 = [4 \quad 6 \quad 12] \qquad D_A = [30 \quad 5 \quad 0]$$

Determine:

A. La Demanda Total de los bienes por parte de los consumidores
B. La Demanda Industrial Total y
C. La Demanda Total General.
D. Supóngase que el precio de los Productos A, B y C están dados por la Matriz de Precios:

$$P = [p_1 \quad p_2 \quad p_3]$$

Si se aumentaran los precios en 10 %; y p_1 vale 10, p_2 vale 8 y p_3 vale 11; se puede obtener la Matriz de los nuevos precios multiplicando P ¿por qué escalar? y ¿cuáles son esos precios?

b) Supóngase que un contratista de construcción ha aceptado pedidos de cinco casas de estilo Ranchero, siete casas de estilo Campero y 12 casas de estilo Colonial; cuya información se muestra e la Matriz Q como sigue:

$$Q = [5 \quad 7 \quad 12]$$

Además supóngase que las materias primas y laborales que se utilizan en cada uno de los tipos de edificación son: Acero, Madera, Vidrio, Pintura y Mano de obra. Estos elementos se muestran en la Matriz R como sigue:

$$\begin{array}{rl} & \begin{array}{ccccc} Acero & Madera & Vidrio & Pintura & Mano\ de\ Obra \end{array} \\ R = \begin{array}{r} Ranchero \\ Campero \\ Colonial \end{array} & \begin{bmatrix} 5 & 20 & 16 & 7 & 17 \\ 7 & 18 & 12 & 9 & 21 \\ 6 & 25 & 8 & 5 & 13 \end{bmatrix} \end{array}$$

Determine la cantidad de cada una de las materias que necesita para cumplir los contratos.

c) Considerando la información proporcionada en el Problema 3; al contratista también le interesan los costos en los que habrá de incurrir al comprar esos elementos. La información de dichos costos se muestra en la Matriz C como sigue:

$$C = \begin{bmatrix} 1500 \\ 800 \\ 500 \\ 100 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

Determine el costo de cada tipo de casa.

De acuerdo a la información de los Problemas 4 y 5 determine el Costo Total de Construcción.

ACTIVIDAD INTEGRADORA

LO QUE APRENDÍ

Adjuntar archivo.

Después de haber estudiado los temas correspondientes contesta lo siguiente:

a. ¿Qué tema se me dificultó más?
b. ¿Por qué se me dificultó este tema?
c. ¿Qué acciones me ayudaron a comprender ese tema?

I. Resolver los siguientes ejercicios (poner los que se encuentran actualmente)

Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen.

Dada la “Matriz Insumo-Producción” que aparece enseguida:

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} \textit{Industria} & & \textit{Demanda} \\ A & B & \textit{Final} \end{array} \\
\begin{array}{c} \textit{Industria } A \\ \textit{Industria } B \\ \textit{Otros} \end{array} & \begin{bmatrix} 200 & 500 & 500 \\ 400 & 200 & 900 \\ 600 & 800 & \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Determine la "Matriz de Producción" si la demanda final cambia a 600 para $\boldsymbol{A}$ y a 805 para $\boldsymbol{B}$

1) De la Información proporcionada del "Problema 1". Determine el valor total de los otros "Costos de Producción" que ello implica.

2) Dada la "Matriz Insumo-Producción" que aparece enseguida:

$$\begin{array}{r} \\ \\ \boldsymbol{Industria\ A} \\ \boldsymbol{Industria\ B} \\ \boldsymbol{Industria\ C} \\ \boldsymbol{Otros} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \boldsymbol{Industria} & & \boldsymbol{Demanda} \\ \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} & \boldsymbol{C} & \boldsymbol{Final} \end{array} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{18} & \mathbf{30} & \mathbf{45} & \mathbf{15} \\ \mathbf{27} & \mathbf{30} & \mathbf{60} & \mathbf{3} \\ \mathbf{54} & \mathbf{40} & \mathbf{60} & \mathbf{26} \\ \mathbf{9} & \mathbf{20} & \mathbf{15} & \end{bmatrix} \end{array}$$

Determine la "matriz de Producción si la "Demanda Final" cambia a 50 para $\boldsymbol{A}$, 40 para $\boldsymbol{B}$ y 30 para $\boldsymbol{C}$.

3) Considerando la información del "Problema 3". Determine la "Matriz de Producción" si la Demanda Final cambia a 10 para $\boldsymbol{A}$, 10 para $\boldsymbol{B}$ y 24 para $\boldsymbol{C}$.

4) Dos apostadores tenían inicialmente $ 54.00 y $ 32.00 cada uno respectivamente. Posteriormente ambos ganaron una misma cantidad de dinero; cuya suma de lo que ahora tienen ambos excede en $ 66.00 al cuádruple de lo que ganó cada uno. Determine la cantidad que ganó cada uno de los apostadores.

CUESTIONARIO DE REFORZAMIENTO

Adjuntar archivo. ***Responde las siguientes preguntas.***

1. ¿Qué es un Sistema de Ecuaciones Lineales? y ¿para qué se utilizan?
2. ¿Qué es un Vector? y ¿para qué se utilizan?
3. ¿Qué es un Transformación Lineal? y ¿para qué se utilizan?
4. ¿Qué es el producto Interno? Y ¿para qué se utilizan?
5. ¿Qué es una Matriz? y ¿para que se usan?
6. ¿Qué son los Determinantes? y ¿para qué se usan?
7. ¿Qué ventajas tienen los softwares para la resolución de Problemas Diversos?
8. ¿Cuál es la importancia de los softwares en la resolución de Problemas Diversos en el desarrollo de las Empresas?
9. ¿Crees que existe mucha vinculación entre los Conceptos Matemáticos y las distintas áreas Contables-Administrativas?

EXAMEN PARCIAL

(de autoevaluación)

I.- Elige la respuesta correcta para las siguientes preguntas.

Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta:

1. Una persona después de haber gastado la mitad de lo que tenía y posteriormente prestar la mitad de lo que le quedó; le sobraron $ 21.00. Determine la cantidad que originalmente tenía.

a) $ 85.50	b) $ 82.50
c) $ 88.00	d) $ 89.00
e) $ 84.00	

2. Un comerciante adquiere su mercancía consistente en la adquisición de trajes y sombreros. Para esto cuenta con una inversión de $ 4,180.00 para 5 trajes y 3 sombreros; además cuenta con una inversión de $ 6, 940.00; para 8 trajes y 9 sombreros. Determine el precio al que adquirió cada traje y cada sombrero:

a) Sombrero = $ 70.00; Traje = $ 650.00	b) Sombrero = $ 82.00; Traje = $ 700.00
c) Sombrero = $ 80.00; Traje = $ 800.00	d) Sombrero = $ 60.00; Traje = $ 800.00
e) Sombrero = $ 80.00; Traje = $ 750.00	

3.- Se tienen entre tres personas $ 140.00. Además la tercera persona tiene la mitad de lo que tiene la primera; mientras que la primera tiene $ 10.00 más que la segunda. Determina la cantidad de dinero que tiene cada persona:

❍ a) 1er. persona = $ 60.00; 2do. persona = $ 50.00; 3er. persona = $ 30.00
❍ b) 1er. persona = $ 65.00; 2do. persona = $ 55.00; 3er. persona = $ 35.00
❍ c) 1er. persona = $ 70.00; 2do. persona = $ 60.00; 3er. persona = $ 40.00
❍ d) 1er. persona = $ 50.00; 2do. persona = $ 40.00; 3er. persona = $ 25.00
❍ e) 1er. persona = $ 75.00; 2do. persona = $ 50.00; 3er. persona = $ 35.00

4.- La suma de los tres ángulos de un triángulo es de 180º. El mayor excede al menor en 35º y el menor excede en 20º a la diferencia entre el mayor y el mediano. Determine el valor de los ángulos:

❍ a) 1er. ángulo = 90º; 2do. ángulo = 55º; 3er. ángulo = 35º
❍ b) 1er. ángulo = 85º; 2do. ángulo = 50º; 3er. ángulo = 45º
❍ c) 1er. ángulo = 80º; 2do. ángulo = 55º; 3er. ángulo = 45º
❍ d) 1er. ángulo = 78º; 2do. ángulo = 57º; 3er. ángulo = 45º
❍ e) 1er. ángulo = 88º; 2do. ángulo = 57º; 3er. ángulo = 35º

5.- Un padre de familia compró cierto número de libros. Si hubiera comprado cinco libros más por el mismo dinero; cada libro le habría costado dos pesos menos; y si hubiera comprado cinco libros menos con el mismo dinero le habrían costado cada libro cuatro pesos más. Determine la cantidad de libros que compró y cuanto pagó por cada uno:

❍ a) Libros = 12; Precio = $ 6.00	❍ b) Libros = 15; Precio = $ 8.00
❍ c) Libros = 14; Precio = $ 7.00	❍ d) Libros = 19; Precio = $ 5.00
❍ e) Libros = 13; Ancho = $ 9.00	

II. Elige la opción que conteste correctamente cada pregunta, considerando los pasos utilizados en el tema de Espacios Vectoriales.

Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta:

1. Calcular el área del triángulo cuyos vértices son los puntos $A = (1, -1, 2)$; $B = (4, 5, -7)$ y $C = (-1, 2, 1)$.

❍ a) 15.3456 unidades cuadradas	❍ b) 20.5645 unidades cuadradas
❍ c) 19.6723 unidades cuadradas	❍ d) 17.5645 unidades cuadradas
❍ e) 18.1865 unidades cuadradas	

2. Dados los puntos $A = (1, -1, 2)$ $B = (0, 2, -3)$ $C = (1, 1, 1)$ y $D = (-1, 3, 3)$ si tres de las aristas de un paralelepípedo son AB, AC y AD. Determine su volumen.

❍ a) 60 unidades cúbicas	❍ b) 40 unidades cúbicas
❍ c) 70 unidades cúbicas	❍ d) 60.6217 unidades cúbicas
❍ e) 59.870 unidades cúbicas	

3. Calcular el volumen de la pirámide triangular, cuyas aristas concurrentes son los Vectores $a = 2i + j$; $b = 3i - 2j + k$ y $c = 2i + 3j - 4k$:

❍ a) 10 unidades cúbicas	❍ b) 13 unidades cúbicas
❍ c) 11 unidades cúbicas	❍ d) 12 unidades cúbicas
❍ e) 15 unidades cúbicas	

4. Calcular el volumen del tetraedro de vértices $A = (1, 1, 0)$ $B = (3, 2, -1)$; $C = (-2, 1, 1)$ y $D = (2, -1, 0)$:

❍ a) 10.1466 unidades cúbicas	❍ b) 14.1765 unidades cúbicas
❍ c) 17.3205 unidades cúbicas	❍ d) 16.1876 unidades cúbicas
❍ e) 12.1356 unidades cúbicas	

5. Demostrar que los puntos $A = (2, 1, 3)$ $B = (3, -5, -1)$ $C = (-6, 7, 9)$ y $D = (-2, 4, -3)$ son coplanares:

❍ a) Si son coplanares	❍ b) No son coplanares

III. Elige la opción que conteste correctamente cada pregunta, considerando los pasos utilizando en el tema Transformación lineal.

Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta:

1. Se fabrica un producto en tres plantas y se envían a tres almacenes. El producto total enviado es de 70,000 unidades. La Planta 1 envía el 35 %; mientras que la Planta 2 envía el 37 % y la Planta 3 el resto. Además los Almacenes reciben de la siguiente forma: El Almacén 1 recibe el 75 % de la Planta 1 y el 10 % de la Planta 2; mientras que el Almacén 2 recibe el 25 % de la Planta 1 y 50 % de la Planta 3 y finalmente el Almacén 3 recibe el 90 % de la Planta 2 y el 50 % de la Planta 3. Determine las cantidades de disposición de cada Planta y las de recibimiento de cada Almacén.

❍	a) Planta 1 = 24,500; Planta 2 = 25,900; Planta 3 = 19,600; Almacén 1 = 20,965; Almacén 2 = 15,925; Almacén 3 = 33,110
❍	b) Planta 1 = 25,500; Planta 2 = 24,900; Planta 3 = 19,600; Almacén 1 = 21,965; Almacén 2 = 16,925; Almacén 3 = 33,110
❍	c) Planta 1 = 24,500; Planta 2 = 26,900; Planta 3 = 18,600; Almacén 1 = 20,965; Almacén 2 = 16,925; Almacén 3 = 32,110
❍	d) Planta 1 = 25,500; Planta 2 = 25,900; Planta 3 = 18,600; Almacén 1 = 21,965; Almacén 2 = 15,925; Almacén 3 = 32,110
❍	e) Planta 1 = 23,500; Planta 2 = 26,900; Planta 3 = 19,600; Almacén 1 = 20,465; Almacén 2 = 16,425; Almacén 3 = 34,110

2. Un fabricante produce tres productos con distribución a tres destinos; para esto lo hace enviando los productos desde dos plantas; de la siguiente forma: La Planta 1 envía el 30 % del Producto 1; el 40 % del Producto 2 y el resto del Producto 3. La Planta 2 envía el 40 % del Producto 1, el 30 % del producto 2 y el resto del Producto 3. El Destino 1 recibe el Producto 1; el Destino 2 recibe el Producto 2 mientras que el Destino 3 recibe el Producto 3. Determine la cantidad de unidades enviadas por cada Planta; sabiendo que el Total de Unidades producidas es de 100,000. Cabe indicar que cada Planta tiene una capacidad del 55 %.

❍	a) Planta 1 = 56,000; Planta 2 = 44,000; Destino 1 = 34,500; Destino 2 = 35,500; Destino 3 = 30,000
❍	b) Planta 1 = 55,000; Planta 2 = 46,000; Destino 1 = 33,500; Destino 2 = 35,500; Destino 3 = 30,000
❍	c) Planta 1 = 55,000; Planta 2 = 45,000; Destino 1 = 35,500; Destino 2 = 34,500; Destino 3 = 30,000
❍	d) Planta 1 = 55,000; Planta 2 = 45,000; Destino 1 = 33,500; Destino 2 = 35,500; Destino 3 = 31,000
❍	e) Planta 1 = 55,000; Planta 2 = 45,000; Destino 1 = 34,500; Destino 2 = 35,500; Destino 3 = 30,000

3. Una empresa envía 100,000 unidades a tres lugares en las siguientes proporciones: el 27 % al Lugar 1; el 38 % al Lugar 2 y el resto al Lugar 3. Determine la cantidad de unidades enviadas a cada uno de los lugares:

❍	a) Lugar 1 = 28,000; Lugar 2 = 38,000; Lugar 3 = 36,000
❍	b) Lugar 1 = 28,000; Lugar 2 = 37,000; Lugar 3 = 35,000
❍	c) Lugar 1 = 27,000; Lugar 2 = 38,000; Lugar 3 = 35,000
❍	d) Lugar 1 = 29,000; Lugar 2 = 36,000; Lugar 3 = 35,000
❍	e) Lugar 1 = 25,000; Lugar 2 = 38,000; Lugar 3 = 37,000

4. Un comerciante compró 50,000 unidades de la siguiente forma: de un Almacén adquirió el 20 % del total comprado; de otro adquirió el 45 % y el resto de otro. Determine la cantidad adquirida de cada Almacén:

❍ a) Almacén 1 = 11,000; Almacén 2 = 22,500; Almacén 3 = 17,500
❍ b) Almacén 1 = 10,000; Almacén 2 = 22,500; Almacén 3 = 17,500
❍ c) Almacén 1 = 12,000; Almacén 2 = 20,500; Almacén 3 = 16,500
❍ d) Almacén 1 = 10,000; Almacén 2 = 23,500; Almacén 3 = 15,500
❍ e) Almacén 1 = 10,000; Almacén 2 = 21,500; Almacén 3 = 17,500

5. Un empresario vende 20,000 muebles a 4 Tiendas; de la siguiente forma: 25 % a la Tienda 1; 35 % a la Tienda 2; 30 % a la Tienda 3 y el resto a la Tienda 4. Determine la cantidad de unidades entregadas a cada Tienda:

❍ a) Tienda 1 = 4,000; Tienda 2 = 8,000; Tienda 3 = 5,000; Tienda 4 = 3,000
❍ b) Tienda 1 = 4,000; Tienda 2 = 7,000; Tienda 3 = 7,000; Tienda 4 = 2,000
❍ c) Tienda 1 = 5,000; Tienda 2 = 8,000; Tienda 3 = 6,000; Tienda 4 = 1,000
❍ d) Tienda 1 = 5,000; Tienda 2 = 7,000; Tienda 3 = 6,000; Tienda 4 = 2,000
❍ e) Tienda 1 = 6,000; Tienda 2 = 6,000; Tienda 3 = 6,000; Tienda 4 = 2,000

IV. Elige la opción que conteste correctamente cada pregunta, considerando los pasos utilizando en el tema Producto interno.

Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta:

1) Supóngase que una Empresa desea colocar tres productos, de un total de 500 unidades; las cuales se distribuyen de la siguiente manera: 200 unidades corresponden al Producto 1; 150 unidades al Producto 2 y el resto al Producto 3. La Utilidad Esperada de cada uno de los productos es la siguiente: Para el Producto 1 se espera una utilidad de $ 4.00; mientras que para el Producto 2 se espera una utilidad de $ $ 6.50 y finalmente para el Producto 3 se espera una utilidad de $ 2.50. Determine la Utilidad Total esperada.

❍ a) $ 2,170.00	❍ b) $ 2,130.00
❍ c) $ 2,120.00	❍ d) $ 2,145.00
❍ e) $ 2,150.00	

2) Una Empresa desea comprar dos Elementos Básicos de la Materia Prima de un Producto Alimenticio; el elemento básico 1 cuesta $ 0.75 por libra y se requieren 30,000 libras; mientras que el Elemento Básico 2 cuesta $ 1.20 por libra y se requieren 50,000 libras. Determine el Costo Total de los dos Elementos Básicos requeridos para el Producto Alimenticio.

❍ a) $ 82,700.00	❍ b) $ 82,800.00
❍ c) $ 82,600.00	❍ d) $ 82,500.00
❍ e) $ 82,900.00	

3) Una Casa de Bolsa; realiza la colocación de una cartera contemplada por tres instrumentos de inversión cuyo rendimiento por título operado es el siguiente: Para el Instrumento 1 se obtuvo un rendimiento de $ 1.2456 por título; mientras que para el Instrumento 2 se obtuvo un rendimiento de $ 2.3456 por título y finalmente para el Instrumento 3 se obtuvo un rendimiento de $ 3.5452 por título; si participaron en la colocación 5,000 títulos para el Instrumento 1 mientras que para el Instrumento 2 se colocaron 8,000 títulos y finalmente para el Instrumento 3 se colocaron 10,000 títulos. Determine el Rendimiento Total generado en la operación considerando que todos los títulos empezaron en la misma fecha y vencieron en la misma fecha:

❍ a) $ 60, 428.89	❍ b) $ 60, 432.67
❍ c) $ 60, 444.80	❍ d) $ 60, 434.56
❍ e) $ 60, 444.23	

4) Una Empresa decide colocar dos Productos de Cereal entre su mercado de consumo referido a mujeres; de un total de 250,000 unidades de Producto Terminado decide colocar el 65% para el Producto 1 y el resto para el Producto 2; la Utilidad Esperada para el Producto 1 es de $ 2.34; mientras que para el Producto 2 es de $ 2.56. Determine la Utilidad Total obtenida por la Empresa:

❍ a) $ 604, 200.00	❍ b) $ 604, 250.00
❍ c) $ 604, 150.00	❍ d) $ 604, 100.00
❍ e) $ 604, 350.00	

5) Un Almacén distribuye dos Productos de la siguiente forma: 14,000 unidades corresponden al Producto 1 y 16,000 unidades corresponden al Producto 2. El Producto 1 tiene un Costo Unitario de $ 5,556.80; mientras que el Producto 2 tiene un Costo Unitario de $ 6,880.90; el Producto 1 se vende a $ 8,543.90 cada uno; mientras que el Producto 2 se vende a $ 10,456.90 cada uno; los gastos administrativos del producto 1 son de $ 150.00; mientras que los del Producto 2 son de $ 300.00. Determine la Utilidad Operativa Total del Almacén:

❍ a) $ 99, 035, 010.00	❍ b) $ 99, 035, 010.00
❍ c) $ 96, 137, 400.00	❍ d) $ 97, 135, 400.00
❍ e) $ 99, 136, 400.00	

V. Elige la opción que conteste correctamente cada pregunta, considerando los pasos utilizando en el tema Matices.

Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta:

1. Si P representa el precio de un artículo y Q la cantidad ofrecida o demandada de este artículo. Además la Ecuación de la Oferta del artículo es: $Q = -230 + 450P$ mientras que la Ecuación de la Demanda es $Q = 4770 - 175P$. Entonces el Punto de equilibrio es:

❍ a) $P_E = 6 \quad Q_E = 3,380$	❍ b) $P_E = 7 \quad Q_E = 3,350$
❍ c) $P_E = 8 \ Q_E = 3,370$	❍ d) $P_E = 9 \ Q_E = 3,360$
❍ e) $P_E = 10 \ Q_E = 3,375$	

2. Si x representa las cantidades de unidades producidas y vendidas de un artículo fabricado por una empresa; cuya Ecuación de Ingresos es $1 = 0.76x$; mientras que la Ecuación de los Costos es $C = 0.48x + 310$, entonces el Punto de Equilibrio es:

❍ a) $x_E = 1.1080 \ C_E = \$\,341.43$	❍ b) $x_E = 1.1060 \ C_E = \$\,344.43$
❍ c) $x_E = 1.1050 \ C_E = \$\,349.43$	❍ d) $x_E = 1.3158 \ C_E = \$\,310.63$
❍ e) $x_E = 1.1090 \ C_E = \$\,347.63$	

3. Sea una empresa que produce relojes de pulsera y relojes de pared, y dispone de 1,200 unidades de capital y de 400 horas-hombre de trabajo. Los requisitos de producción son los siguientes: Para un reloj de pulsera se requieren 40 unidades de capital y 20 horas-hombre de trabajo. Mientras que para un reloj de pared se requieren 100 unidades de capital y 30 horas-hombre de trabajo. ¿Cuántos relojes de pulsera y de pared debe producir la empresa para utilizar sus capacidades al máximo?:

❍ a) R. Pulsera = 6, R. Pared = 12	❍ b) R. Pulsera = 7, R. Pared = 11
❍ c) R. Pulsera = 8, R. Pared = 10	❍ d) R. Pulsera = 5, R. Pared = 12
❍ e) R. Pulsera = 5, R. Pared = 10	

4. Supóngase que un contratista de construcción ha aceptado pedidos de siete casas de estilo ranchero, tres casas de estilo campero y cinco casas de estilo colonial.

Además supóngase que las materias primas y laborales que se utilizan en cada uno de los tipos de edificación son: acero, madera, vidrio, pintura y mano de obra. Estos elementos se muestran en la Matriz R como sigue:

$$R = \begin{array}{c} \\ Ranchero \\ Campero \\ Colonial \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} Acero & Madera & Vidrio & Pintura & Mano\ de\ Obra \end{array} \\ \begin{bmatrix} 6 & 20 & 16 & 7 & 17 \\ 7 & 18 & 12 & 9 & 21 \\ 6 & 25 & 8 & 5 & 13 \end{bmatrix} \end{array}$$

Mientras que los costos están dados por:

$$C = \begin{bmatrix} 1500 \\ 800 \\ 500 \\ 100 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

Determina el Costo Total de materiales y obra:

a) $ 745,200.00.	b) $ 745,300.00
c) $ 745,600.00	d) $ 745,800.00
e) $ 745,500.00	

5. Los apostadores tenían inicialmente $ 54.00 y $ 32.00 cada uno respectivamente. Posteriormente ambos ganaron una misma cantidad de dinero; cuya suma de lo que ahora tienen ambos excede en $ 66.00 al cuádruple de lo que ganó cada uno. Determine la cantidad que ganó cada uno de los apostadores:

a) $10.00	b) $12.00
c) $ 9.00	d) $11.00
e) $15.00	

VI. Elige la opción que conteste correctamente cada pregunta, considerando los pasos utilizando en el tema Determinantes.

Utilizando como herramienta de trabajo al Excel, resuelve los siguientes casos prácticos que a continuación se te exponen y elige la respuesta correcta:

1. Supóngase que una Empresa fabricante de productos químicos desea surtir un pedido de 500 litros de una solución ácida al 25% (esto significa que 25% del volumen es ácido). Si se tienen disponibles en el almacén soluciones al 30% y al 18%. ¿Cuántos litros de cada una de ellas se deben mezclar para cumplir con el requisito del pedido?

❍ a) $V_1 = 295.66\,Lt\ \ V_2 = 204.33\,lt$	❍ b) $V_1 = 293.66\,Lt\ \ V_2 = 206.33\,Lt$
❍ c) $V_1 = 292.66\,Lt\ \ V_2 = 207.33\,LT$	❍ d) $V_1 = 290.66\,Lt\ \ V_2 = 209.33\,LT$
❍ e) $V_1 = 291.66\,Lt\ \ V_2 = 208.33\,LT$	

2. Determinar la cantidad de punto de equilibrio para una Empresa dada la siguiente información: los costos fijos totales son de $ 1,200.00, mientras que los costos variables por unidad son de $ 2.00; a su vez los ingresos totales por la venta de q unidades es $I_{TR} = 100\sqrt{q}$.

❍ a) $Q_1 = 400\ \ Q_2 = 800$	❍ b) $Q_1 = 500\ \ Q_2 = 900$
❍ c) $Q_1 = 450\ \ Q_2 = 850$	❍ d) $Q_1 = 400\ \ Q_2 = 900$
❍ e) $Q_1 = 300\ \ Q_2 = 950$	

3. Una Casa de Bolsa; realiza la colocación de una cartera contemplada por tres instrumentos de inversión cuyo rendimiento por título operado es el siguiente: Para el Instrumento 1 se obtuvo un rendimiento de $ 1.2456 por título; mientras que para el Instrumento 2 se obtuvo un rendimiento de $ 2.3456 por título y finalmente para el Instrumento 3 se obtuvo un rendimiento de $ 3.5452 por título; si participaron en la colocación 15,000 títulos para el Instrumento 1 mientras que para el Instrumento 2 se colocaron 28,000 títulos y finalmente para el Instrumento 3 se colocaron 30,000 títulos. Determine el Rendimiento Total generado en la operación considerando que todos los títulos empezaron en la misma fecha y vencieron en la misma fecha:

❍ a) $ 190, 708.89	❍ b) $ 190, 718.67
❍ c) $ 190, 716.80	❍ d) $ 190, 714.56
❍ e) $ 190, 712.23	

4. Una Empresa decide colocar dos Productos de Cereal entre su mercado de consumo referido a mujeres; de un total de 1, 250,000 unidades de Producto Terminado decide colocar el 65% para el Producto 1 y el resto para el Producto 2; la Utilidad Esperada para el Producto 1 es de $ 2.54; mientras que para el Producto 2 es de $ 4.56. Determine la Utilidad Total obtenida por la Empresa:

a) $ 4, 058, 750.00	b) $ 4, 058, 752.00
c) $ 4, 058, 748.00	d) $ 4, 058, 743.00
e) $ 4, 058, 753.00	

5. Un Almacén distribuye dos Productos de la siguiente forma: El Producto 1 tiene un Costo Unitario de $ 5,556.80; mientras que el Producto 2 tiene un Costo Unitario de $ 6,880.90; el Producto 1 se vende a $ 8,543.90 cada uno; mientras que el Producto 2 se vende a $ 10,456.90 cada uno; los gastos administrativos del producto 1 son de $150.00; mientras que los del Producto 2 son de $ 300.00. Determine la Utilidad Operativa Unitaria Total del Almacén:

a) $ 6,113.90	b) $ 6,113.10
c) $ 6,114.00	d) $ 6,112.90
e) $ 6,113.50	

6. Una Casa de Bolsa; realiza la colocación de dos instrumentos cuyo rendimiento preestablecido es de 8.15% nominal y 7.90% nominal respectivamente por cada peso invertido. Sabiendo que las dos colocaciones vencen en la misma fecha. Determine el rendimiento anual total generado por cada peso invertido

a) $ 0.1789	b) $ 0.1605
c) $ 0.1656	d) $ 0.1589
e) $ 0.1423	

7. Una Empresa fabrica calculadoras y tiene plantas en dos ciudades. En la planta de la ciudad 1 los costos fijos son de $ 5,400.00 al mes y el costo de fabricar cada calculadora es de $ 6.00. En la planta de la ciudad 2 los costos fijos son de $ 4,800.00 mensuales y se requieren $ 8.00 para fabricar cada unidad. El siguiente mes la compañía deberá fabricar 1,500 calculadoras. Determine la cantidad de calculadoras a fabricar en cada planta para que sean iguales los costos totales en cada una.

- a) 800 en la planta de la ciudad 1 y 700 en la planta de la ciudad 2
- b) 900 en la planta de la ciudad 1 y 600 en la planta de la ciudad 2
- c) 700 en la planta de la ciudad 1 y 600 en la planta de la ciudad 2
- d) 700 en la planta de la ciudad 1 y 800 en la planta de la ciudad 2
- e) 600 en la planta de la ciudad 1 y 900 en la planta de la ciudad 2

8. Un fabricante de productos químicos desea surtir un pedido de 700 galones de una solución ácida al 24%. Se tienen disponibles soluciones al 20% y al 30%. ¿Cuántos galones de cada solución se deben mezclar para surtir el pedido?

- a) 410 galones de la solución al 20% y 270 galones de la solución al 30 %
- b) 430 galones de la solución al 20% y 290 galones de la solución al 30 %
- c) 420 galones de la solución al 20% y 280 galones de la solución al 30 %
- d) 450 galones de la solución al 20% y 300 galones de la solución al 30 %
- e) 440 galones de la solución al 20% y 290 galones de la solución al 30 %

9. Una Empresa tiene dos plantas para dos productos $(A\ y\ B)$ y decide solicitar su materia prima a tres distribuidores de la siguiente forma: El Distribuidor 1 envía X toneladas a un costo de $ 260.00 por tonelada y el Distribuidor 3 envía Y toneladas a un costo de $ 256.00 a la Planta 1, del producto A con un costo de $ 28, 600.00. Mientras que el Distribuidor 2 envía Z toneladas a un costo de $ 276.00 por tonelada a la Planta 2 del producto B con un costo de $ 13, 800.00. Determine la cantidad de cada producto de Cereal entre su mercado de consumo referido a mujeres; de un total de 250 toneladas de Producto Terminado:

- a) $X = 120 \quad Y = 80 \quad Z = 50$
- b) $X = 100 \quad Y = 100 \quad Z = 50$
- c) $X = 75 \quad Y = 75 \quad Z = 100$
- d) $X = 60 \quad Y = 80 \quad Z = 110$
- e) $X = 50 \quad Y = 100 \quad Z = 100$

10. Una Compañíá; paga a sus vendedores con base en cierto porcentaje de los primeros $ 100,000.00 de ventas, más otro porcentaje sobre el excedente de los $ 100,000.00 de ventas. Si un vendedor ganó $ 8,500.00 en ventas de $ 175,000.00 y otro vendedor gano $ 14,800.00 en ventas de $ 280,000.00, Determine el valor de los dos porcentajes:

- a) 6% sobre los primeros $100,000.00 y 4% sobre el excedente
- b) 7% sobre los primeros $100,000.00 y 4% sobre el excedente
- c) 4% sobre los primeros $100,000.00 y 7% sobre el excedente
- d) 6% sobre los primeros $100,000.00 y 5% sobre el excedente
- e) 4% sobre los primeros $100,000.00 y 6% sobre el excedente

RESPUESTAS

EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN

En este apartado encontrarás las respuestas al examen por unidad.

Unidad 7			
I. Solución	II. Solución	III. Solución	IV. Solución
1. **e**	1. **e**	1. **a**	1. **e**
2. **d**	2. **d**	2. **e**	2. **d**
3. **a**	3. **d**	3. **c**	3. **c**
4. **c**	4. **c**	4. **d**	4. **b**
5. **b**	5. **a**	5. **d**	5. **a**

Unidad 7	
V. Solución	VI. Solución
1. **c**	1. **e**
2. **d**	2. **d**
3. **e**	3. **c**
4. **b**	4. **a**
5. **a**	5. **b**
	6. **b**
	7. **b**
	8. **c**
	9. **b**
	10. **e**